Penerbit Cendikia
Mulia Mandiri

RISET OPERASI UNTUK EKONOMI

**Nughthoh Arfawi Kurdhi, M.Sc., Ph.D. Dr. I Made Kartika,SE.M.MA ,.
Ade Suparman, S.SI., M.Kom., Nyimas Desy Rizkiyah, S.ST, MT.,
Dr. Budi Setiawan, S.E., M.Si., Dr. H. Fachrurazi, S. Ag. MM.,
DRS. I Made Purba Astakoni,M.PAR., Dr. Rihfenti Ernayani, S.E., M.Ak.,
Atmi Sapta Rini, M.M., I Made Adi Suwandana, SE,.MM,.CSCA**

RISET OPERASI UNTUK
EKONOMI

Disusun Oleh:
Nughthoh Arfawi Kurdhi, M.Sc., Ph.D
Dr. I Made Kartika,SE.M.MA
Ade Suparman, S.SI., M.Kom
Nyimas Desy Rizkiyah, S.ST, MT
Dr. Budi Setiawan, S.E., M.Si.
Dr. H. Fachrurazi, S. Ag. MM.
DRS. I Made Purba Astakoni,M.PAR
Dr. Rihfenti Ernayani, S.E., M.Ak
Atmi Sapta Rini, M.M
I Made Adi Suwandana, SE,.MM,.CSCA

Penerbit Yayasan
Cendikia Mulia Mandiri

RISET OPERASI UNTUK EKONOMI

Penulis:
Nughthoh Arfawi Kurdhi, M.Sc., Ph.D
Dr. I Made Kartika,SE.M.MA
Ade Suparman, S.SI., M.Kom
Nyimas Desy Rizkiyah, S.ST, MT
Dr. Budi Setiawan, S.E., M.Si.
Dr. H. Fachrurazi, S. Ag. MM.
DRS. I Made Purba Astakoni,M.PAR
Dr. Rihfenti Ernayani, S.E., M.Ak
Atmi Sapta Rini, M.M
I Made Adi Suwandana, SE,.MM,.CSCA

Editor & Desain Cover:
Indra Pradana Kusuma

Penerbit:
Yayasan Cendikia Mulia Mandiri

Redaksi:
Perumahan Cipta No.1
Kota Batam, 29444
Email: cendikiamuliamandiri@gmail.com

ISBN: 978-623-8157-35-8
Terbit: April2023
IKAPI: 011/Kepri/2022
Exp. 31 Maret 2024

Ukuran:
viii hal + 147 hal;
14,8cm x 21cm

Cetakan Pertama, 2023.

KATA PENGANTAR

Syukur *alhamdulillah* penulis haturkan kepada Allah Swt. yang senantiasa melimpahkan karunia dan berkah Nya sehingga penulis mampu merampungkan karya ini tepat pada waktunya, sehingga penulis dapat menghadirkannya dihadapan para pembaca. Kemudian, tak lupa *shalawat* dan salam semoga senantiasa tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad Saw., para sahabat, dan ahli keluarganya yang mulia.

Sebagai sebuah teknik pemecahan masalah, riset operasi dapat dipandang sebagai seni dan ilmu. Aspek ilmu terletak pada penyediaan teknik-teknik matematik dan algoritma untuk memecahkan masalah yang dihadapi; sedangkan sebagai seni, keberhasilan dari solusi model matematis ini sangat bergantung pada kreativitas dan kemampuan seseorang sebagai pengambil keputusan dalam memecahkan masalah tersebut.

Dalam keperluan itulah, buku **Riset Operasi Untuk Ekonomi** ini sengaja penulis hadirkan untuk pembaca. Tujuan buku ini adalah sebagai panduan bagi setiap orang yang ingin mempelajari dan memperdalam ilmu pengetahuan. Buku ini juga untuk memberikan pencerahan kepada para pendidik, peserta didik, pelaku pendidikan, pengelola lembaga pendidikan dan masyarakat pada umumnya, dalam rangka menciptakan generasi emas yang memiliki ilmu pengetahuan serta wawasan yang luas.

Penulis menyampaikan terima kasih yang tak terhingga bagi semua pihak yang telah berpartisipasi. Terakhir seperti kata pepatah bahwa” Tiada Gading Yang Tak Retak” maka penulisan buku ini juga jauh dari kata sempurna, oleh karena itu penulis sangat berterima kasih apabila ada saran dan masukkan yang dapat diberikan guna menyempurnakan buku ini di kemudian hari.

………, April 2023

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I.
PENGANTAR RISET OPERASIONAL

1.1. Sejarah Singkat Riset Operasi

Kata Riset Operasional pertama sekali digunakan pada perang dunia II. Perang telah menyebabkan alokasi sumber daya terbatas yang dimiliki angkatan bersenjata Amerika Serikat dan Inggris menjadi masalah. Berbagai operasi menggunakan sumber daya terbatas yang sama. Oleh karena itu, militer Amerika Serikat dan Inggris memanggil para ilmuwan untuk mengaplikasikan pendekatan ilmiah untuk permasalahan penggunaan sumber daya terbatas, strategi dan taktik perang lainnya. Tim ilmuwan in adalah tim riset operasional pertama yang terbentuk. Pekerjaan tim riset operasional ini telah memenangkan militer Amerika Serikat dan Inggris dalam perang dunia II.

Setelah kesuksesan tim riset operasional ini, militer Inggris dan Amerika Serikat melanjutkan mengaktifkan tim riset operasional. Sebagai hasilnya, tim riset operasional semakin banyak yang disebut dengan "peneliti operasi militer" yang mengaplikasikan pendekatan riset operasional pada permasalahan pertahanan nasional. Beberapa teknik yang mereka kembangkan memasukkan ilmu politik, matematik, ekonomi, teori probabilitas dan statistik.

Dunia usaha juga berkembang semakin kompleks semakin hari. Perkembangan dunia usaha ini sangat terlihat dengan jelas setelah revolusi industri. Industri semakin kompleks, sumber daya yang dimiliki digunakan untuk berbagai kegiatan atau aktivitas, organisasi industri semakin besar, dan semua itu sering menggunakan sumber daya yang terbatas. Keterbatasan sumber daya menyebabkan kepentingan masing-masing aktivitas atau bagian saling bentrok.

Melihat kesuksesan tim riset operasional pada militer, industri secara bertahap tertarik menggunakan riset operasional. Sejak tahun 1951, riset operasional diaplikasikan di Inggris dan juga di Amerika Serikat. Sejak itu riset operasional memberikan dampak besar pada organisasi manajemen. Baik jumlah maupun variasi aplikasinya bertumbuh sangat cepat.

Paling sedikit ada dua faktor lainnya yang turut berkontribusi dalam pengembangan riset operasional. Pertama adalah kemajuan mendasar yang dibuat di awal dalam pengembangan teknik yagn ada terhadap riset operasional. Setelah perang, banyak ilmuwan yang berpartisipasi dalam tim riset operasional atau yang mendengarkan keberhasilan tim termotivasi untuk melanjutkan penelitian relevan terhadap suatu bidang, yang menunjukkan pengembangan penting dari sudut seni yang dihasilkan. Salah satu contoh paling penting adalah ditemukannya metode simpleks untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear oleh George Dantzig tahun 1947. Banyak teknik riset operasional, seperti pemrograman linear, pemrograman dinamis, teori antrian dan teori inventori telah dikembangkan dengan baik di akhir tahuan 1950-an.

Faktor kedua adalah perkembangan teknologi komputer. Perhitungan kompleks sering harus dilakukan untuk permasalahan kompleks. Jika dilakukan dengan tangan (secara manual) sering menjadi masalah dan bahkan sering tidak mungkin dilakukan. Pengembangan komputer digital elektronik dengan kemampuan melakukan perhitungan aritmetik tinggi telah memberikan penyelesian yang ribuan atau jutaan kali lebih cepat daripada yang bisa manusia lakukan dengan tangan.

1.2. Ilmu Dan Seni Riset Operasi

Riset Operasi adalah suatu teknik pemecahan masalah yang berusaha menetapkan arah tindakan terbaik (optimum) dari suatu masalah keputusan dalam kondisi sumber daya yang terbatas.

Istilah RO seringkali diasosiasikan hampir secara ekslusif dengan penggunaan teknik-teknik matematika untuk membuat model dan menganalisis masalah keputusan. Walaupun teknik dan model matematis merupakan inti dari RO, akan tetapi pemecahan masalah tidaklah hanya sekedar pengembangan dan pemecahan model-model matematis.

Secara khusus, masalah-masalah keputusan biasanya mencakup faktor-faktor penting yang tidak terwujud (*intagible*) dan dapat diterjemahkan secara langsung dalam bentuk model matematis. Faktor yang paling utama dari faktor-faktor tersebut adalah kehadiran unsur manusia sebagai si pengambil keputusan.

Sebagai sebuah teknik pemecahan masalah, riset operasi dapat dipandang sebagai seni dan ilmu. Aspek ilmu terletak pada penyediaan teknik-teknik matematik dan algoritma untuk memecahkan masalah yang dihadapi; sedangkan sebagai seni, keberhasilan dari solusi model matematis ini sangat bergantung pada kreativitas dan kemampuan seseorang sebagai pengambil keputusan dalam memecahkan masalah tersebut. Jadi pengumpulan data untuk pengembangan model, penentuan keabsahan model, dan penerapan dari pemecahan yang diperoleh akan bergantung pada kemampuan kelompok peneliti RO yang bersangkutan untuk membentuk komunikasi yang baik dengan sumber-sumber informasi maupun dengan individu-individu yang bertanggung jawab atas solusi yang disarankan.

1.3. Tahapan Studi Riset Operasional

Penyelesaian permasalahan keputusan tidak dapat diselesaikan sendiri oleh seorang ahli Riset Operasional (RO). Permasalahan keputusan diselesaikan oleh tim yang dapat terdiri dari bagian yang mengimplementasikan solusi RO. Tahapan utama dalam studi RO adalah:

1. Identifikasi permasalahan.
2. Pembangunan model.
3. Penyelesaian model.
4. Validasi model.
5. Implementasi hasil akhir.

Kegiatan yang dilakukan pada tahap pertama terdiri dari penentuan tujuan optimasi, identifikasi alternatif keputusan dan sumber daya yang membatasi kegiatan atau aktifitas untuk mencapai tujuan. Tahapan ini akan dilakukan secara bersama-sama antara analis RO dengan pengguna atau pengambil keputusan. Jika identifikasi permasalahan sudah jelas dan lengkap, model keputusan dapat dibangun. Model yang paling tepat harus digunakan, karena kesalahan pembentukan model akan mengakibatkan kesalahan pencapaian solusi optimum. Tahapan ini akan dikerjakan sendiri oleh analis RO. Pemilihan model juga akan didasarkan pada waktu dan biaya yang tersedia.

Tahapan penyelesaian model dilakukan dengan memilih salah satu teknik yang tersedia di RO. Penyelesaian dapat dilakukan menggunakan perangkat lunak komputer karena cukup tersedia perangkat lunak dengan berbagai kemampuan di pasaran. Untuk model yang sederhana tentunya dengan mudah dapat diselesaikan secara manual dengan atau tanpa bantuan kalkulator.

Model dinyatakan valid jika dapat memberikan prediksi yang masuk akal akan kinerja sistem. Metode umum yang digunakan untuk memeriksa validitas model adalah membandingkan solusi yang diperoleh dengan data lalu yang tersedia dari sistem nyata. Model dikatakan valid jika pada kondisi input yang sama dengan sistem nyata menghasilkan kinerja sistem yang sama dengan sistem nyata.

Tahap terakhir merupakan implementasi. Tahapan ini mencakup penerjemahan solusi optimal yang diperoleh pada tahap penyelesaian model ke dalam instruksi operasional yang dapat dimengerti oleh individu yang menjalankan sistem.

1.4. Komponen-Komponen Dari Sebuah Model Keputusan

Munculnya persoalan-persoalan keputusan adalah karena seorang pengambil keputusan sering dihadapkan pada beberapa pilihan tindakan yang harus dilakukan.

Dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang berkaitan dengan pengambilan keputusan ini, yang terlebih dahulu harus diidentifikasi adalah komponenkomponen utamanya, yaitu:

1. Tujuan (Objective).
2. Variabel-variabel.

Tujuan adalah hasil akhir yang hendak dicapai yang dilakukan dengan cara memilih suatu tindakan yang paling tepat dari suatu sistem (permasalahan) yang dipelajari. Dalam bidang bisnis (atau perusahaan), misalnya, tujuan diartikan sebagai usaha untuk memaksimumkan profit atau meminimumkan biaya atau ongkos yang harus dikeluarkan. Akan tetapi dalam bidang-bidang lain yang sifatnya non profit, tujuan tersebut dapat berupa pemberian kualitas pelayanan kepada para langganan.

Ketika tujuan telah didefinisikan, tahap selanjutnya yang harus dilakukan adalah pemilihan tindakan terbaik yang dapat mencapai tujuan tersebut. Dalam hal ini, kualitas pemilihan tindakan tersebut akan sangat bergantung pada apakah si pengambil keputusan mengetahui seluruh alternatif tindakan atau tidak.

Untuk dapat menentukan tindakan-tindakan yang mungkin dilakukan, haruslah diidentifikasi variabel-variabel sistem yang dapat dikendalikan oleh pengambil keputusan. Tentu saja tingkat keberhasilan dalam mengidentifikasi variable-variabel ini pun akan sangat bergantung pada kemampuan si pengambil keputusan.

1.5. Model Dalam Riset Operasi

Model adalah gambaran ideal dari suatu situasi (dunia) nyata, sehingga sifatnya yang kompleks dapat disederhanakan. Jenis-jenis model yang biasa digunakan:

a) **Model-model ikonis/fisik**

Penggambaran fisik dari suatu sistem, baik dalam bentuk ideal maupun dalam skala yang berbeda. Contoh: foto, peta, mainan anak-anak, maket, histogram.

b) **Model analog/diagramatis**

Model-model ini dapat menggambarkan situasi-situasi yang dinamis, dan lebih banyak digunakan daripada model-model ikonis karena sifatnya yang dapat dijadikan analogi bagi karakteristik sesuatu yang dipelajari. Contoh: kurva distribusi frekuensi pada statistik, flow chart, peta dengan bermacam-macam warna untuk menggambarkan kondisi sebenarnya.

c) **Model simbolis/matematika**

Penggambaran dunia nyata melalui simbol-simbol matematis. Model ini menggunakan seperangkat simbol matematik untuk menunjukkan komponen-komponen dari sistem nyata. Namun demikian, sistem nyata tidak selalu dapat diekspresikan dalam rumusan matematik. Contoh: persamaan garis lurus $y = ax + b$; $z=x1+x2+x3$ Model matematik dapat dibedakan menjadi dua kelompok, yaitu: deterministik dan probabilistik. Model deterministik dibentuk dalam situasi penuh kepastian, sedangkan model probabilistik meliputi kasus-kasus dimana diasumsikan penuh ketidakpastian.

d) **Model simulasi**

Model-model yang meniru tingkah laku sistem dengan mempelajari interaksi komponen-komponennya. Karena tidak memerlukan fungsi-fungsi matematis secara eksplisit untuk merealisasikan variabel-variabel sistem, maka model-model simulasi ini dapat digunakan untuk memecahkan sistem kompleks yang tidak dapat diselesaikan secara matematis. Akan tetapi, model-model ini tidak dapat memberikan solusi yang benar-benar optimum.

e) **Model heuristik**

Kadang-kadang formulasi matematis bersifat sangat kompleks untuk dapat memberikan suatu solusi yang pasti, atau mungkin suatu solusi optimum dapat diperoleh, akan tetapi memerlukan proses perhitungan yang sangat panjang dan tidak praktis. Untuk mengatasi kasus seperti ini dapat digunakan metode heuristik, yaitu suatu metode pencarian yang didasarkan atas intuisi atau aturan-aturan empiris untuk memperoleh solusi yang lebih baik daripada solusi-solusi yang telah dipelajari sebelumnya.

Pembentukan model adalah esensi dari pendekatan RO karena solusi dari pendekatan ini tergantung pada ketepatan model yang dibuat. Dalam RO, model yang paling banyak digunakan adalah model matematis/simbolis, disamping banyak juga digunakan model-model simulasi dan heuristik.

1.6. Metodologi Riset Operasi

Pembentukan model yang cocok hanyalah salah satu tahap dari aplikasi RO. Pola dasar penerapan RO terhadap suatu masalah dapat dipisahkan menjadi beberapa tahap. Berikut adalah langkah-langkah (metodologi) untuk memecahkan persoalan dalam organisasi.

1.6.1. Merumuskan Masalah

Sebelum solusi terhadap suatu permasalahan dipikirkan, pertama kali yang harus dilakukan adalah mendefinisikan atau merumuskan permasalahan dengan baik. Definisi masalah yang tidak baik akan menyebabkan tidak diperoleh penyelesaian atas suatu masalah atau penyelesaian yang tidak tepat.

Dalam perumusan masalah ini ada tiga pertanyaan penting yang harus dijawab:

a. **Variabel keputusan**, yaitu unsur-unsur dalam persoalan yang dapat dikendalikan oleh pengambil keputusan. Ia sering disebut sebagai instrumen.
b. **Tujuan.** Penetapan tujuan membantu pengambil keputusan memusatkan perhatian pada persoalan dan pengaruhnya terhadap organisasi. Tujuan ini diekspresikan dalam variabel keputusan.
c. **Kendala** adalah pembatas-pembatas terhadap alternatif tindakan yang tersedia.

1.6.2. Pembentukan Model

Sesuai dengan definisi permasalahannya, kelompok peneliti RO tersebut harus menentukan model yang paling cocok untuk mewakili sistem yang bersangkutan. Model tersebut harus merupakan ekspresi kuantitatif dari tujuan dan batasan-batasan persoalan dalam bentuk variabel keputusan.

Dalam memformulasikan permasalahan, biasanya digunakan model analitik, yaitu model matematik yang menghasilkan persamaan. Jika pada suatu situasi yang sangat rumit tidak diperoleh model analitik, maka perlu dikembangkan suatu model simulasi.

1.6.3. Pemecahan Model

Pada tahap ini, bermacam-macam teknik dan metode solusi kuantitatif yang merupakan bagian utama dari RO memasuki proses. Penyelesaian masalah sesungguhnya merupakan penerapan satu atau lebih teknikteknik ini terhadap model. Seringkali, solusi terhadap model berarti nilainilai variable keputusan yang mengoptimumkan salah satu fungsi tujuan dengan nilai fungsi tujuan lain yang dapat diterima.

Disamping solusi model, perlu juga mendapat informasi tambahan mengenai tingkah laku solusi yang disebabkan karena perubahan parameter sistem. Ini biasanya dinamakan sebagai Analisis Sensitivitas. Analisis ini terutama diperlukan jika parameter sistem tak dapat diduga secara tepat.

1.6.4. Validasi Model

Sebuah model adalah absah jika, walaupun tidak secara pasti mewakili system tersebut, dan dapat memberikan prediksi yang wajar dari kinerja system tersebut. Suatu metode yang biasa digunakan untuk menguji validitas model adalah dengan membandingkan kinerjanya dengan data masa lalu yang tersedia. Model dikatakan valid jika dengan kondisi input yang serupa dapat menghasilkan kembali kinerja seperti masa lampau. Masalahnya adalah bahwa tidak ada yang menjamin kinerja masa depan akan berlanjut meniru cerita lama.

1.6.5. Implementasi Hasil Akhir

Tahap terakhir adalah menerapkan hasil model yang telah diuji. Hal ini membutuhkan suatu penjelasan yang hati-hati tentang solusi yang digunakan dan hubungannya dengan realitas. Suatu hal yang kritis pada tahap ini adalah mempertemukan ahli RO dengan mereka yang bertanggung jawab terhadap pelaksanaan sistem.

Penyelesaian kelima langkah yang dijelaskan di atas bukan berarti proses ini telah selesai. Hasil model dan keputusan hasil yang tersedia memberikan umpan balik pada model awal.

1.7. Metode-Metode Umum Mencari Solusi

Pada umumnya, terdapat tiga metode untuk mencari solusi terhadap model RO, yaitu: 1) metode analitis, 2) metode numerik, dan 3) *metode Monte Carlo.*

Pendekatan analitik. Metode analitik memerlukan perwujudan model dengan solusi grafik atau perhitungan matematik. Jenis matematik yang digunakan tergantung dari sifat-sifat model. Misalkan fungsi matematik diselesaikan melalui penggunaan integral kalkulus.

Pendekatan Numerik. Metode numerik berhubungan dengan perulangan atau coba-coba dari prosedur-prosedur kesalahan, melalui perhitungan numerik pada setiap tahap. Metode numerik digunakan jika metode analitik gagal untuk mencari solusi. Urutannya dimulai dengan solusi awal dan diteruskan dengan seperangkat aturan-aturan untuk perbaikan menuju optimum. Solusi awal kemudian diganti dengan solusi yang diperbaiki dan proses itu diulang sampai tidak mungkin adanya perbaikan lagi atau biaya perhitungan lebih lanjut tidak dapat diterima.

Metode Monte Carlo. Metode ini memerlukan konsep probabilistik dan sampling. Metode Monte-Carlo pada dasarnya adalah suatu teknik simulasi dimana fungsi distribusi statistik dibuat melalui seperangkat bilangan random.

BAB II
PEMROGRAMAN LINEAR

2.1. Definisi *Linear Programming*

Linear Programming merupakan salah satu pendekatan matematik yang paling sering diterapkan manajerial dalam pengambilan keputusan. Tujuan dari penggunaan linear programming adalah untuk menyusun suatu model yang dapat dipergunakan untuk membantu pengambilan keputusan dalam menentukan alokasi yang optimal dari sumber daya perusahaan ke berbagai alternatif.

Penggunaan *linear programming* dalam hal ini adalah mengalokasikan sumber daya tersebut, sehingga laba akan maksimum atau alternatif biaya minimum. Alokasi yang dibuat tergantung dari sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut. Sedangkan tujuan dari alokasi adalah memaksimumkan laba atau meminimalkan biaya.

Jadi *linear programming* adalah sebuah metode matematis yang berkarakteristik linear untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap satu susunan kendala.

2.2. Model *Linear Programming*

Model *linear programming* merupakan bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik Linear Programming (LP).

Model LP mempunyai tiga unsur utama, yaitu:

1. Variabel keputusan yaitu variabel persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Didalam proses pemodelan, penemuan variabel keputusan harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan fungsi batasan (kendala-kendalanya). Misalnya dengan mengajukan pertanyaan: keputusan apa yang harus dibuat agar nilai fungsi tujuan menjadi maksimum atau minimum.
2. Fungsi tujuan yaitu fungsi yang menggambarkan tujuan dalam permasalahan LP yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya - sumber daya, untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimum. Dengan simbol Z. Oleh karena itu hanya ada dua kemungkinan fungsi tujuan, yaitu
   a) Maksimimkan Z = f $(X_1, X_2, \ldots X_n)$

b) Minimumkan $Z = f(X_1, X_2, ...X_n)$

3. Fungsi batasan (kendala) yaitu bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan.

Untuk memudahkan pembahasan model Linear Programming ini, digunakan simbol-simbol sebagai berikut:

X_j = banyaknya kegiatan j (j = 1, 2, ..., n). Variabel X_j ini disebut juga dengan variabel keputusan (decision variables)

Z = nilai fungsi tujuan yang diopotimalkan (maksimum atau minimum)

C_j = kenaikan nilai Z apabila ada pertambanhan tingkat kegiatan (X_j) dengan satu satuan (unit) atau merupakan keuntungan per unit (masalah maksimasi), biaya per unit (masalah minimasi) kegiatan j terhadap nilai Z.

a_{ij} = banyaknya sumber i yang di perlukan guna menghasilkan setiap unit output kegiatan j (i = 1, 2, ..., m, dan j = 1,2, ..., n)

b_i = banyaknya sumber (fasilitas) i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan (i = 1,2, ..., m)

Keseluruhan simbol-simbol diatas selanjutnya disusun ke dalam bentuk tabel standar Linear Programming,

Kegiatan / Sumber	Pemakaian sumber per unit 1	2	3 .... n	Kapasitas Sumber
1	a_{11}	a_{12}	a_{13} .... a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	a_{23} .... a_{2n}	b_2
.	.	.	. ...	.
.	.	.	. ...	.
m	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3} .... a_{nm}	b_m
ΔZ *per unit*	C_1	C_2	C_3 .... C_n	
Banyak kegiatan	X_1	X_2	X_3 .... X_n	

Atas dasar Tabel di atas, dapat disusun model standard Linear Programming sebagai berikut:

Fungsi tujuan :

Maksimumkan/minimumkan:

$$Z = \sum C_j . X_j = C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots + C_nX_n$$

Dengan kendala atau batasan:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \, (\leq, =, \geq) b_i \text{ untuk semua nilai } i \, (i = 1, 2, \ldots m)$$

Atau:

1. $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \, (\leq, =, \geq) \, b_1$
2. $a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n \, (\leq, =, \geq) \, b_2$

.

.

m. $a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n \, (\leq, =, \geq) \, b_m$

dan

$$X_j \geq 0 \text{ atau } X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \ldots\ldots X_n \geq 0$$

- Batasan pertama artinya: jumlah hasil (barang/jasa) 1 yang dihasilkan oleh kegiatan 1 dikalikan dengan kebutuhan akan sumber 1 per satuan (berarti total alokasi 1 untuk kegiatan 1) ditambah dengan hasil kegiatan 2 dikalikan dengan kebutuhan tiap satuan keluaran 2 terhadap sumber 1 (dan seterusnya sampai dengan kegiatan ke-n) tidak akan melebihi atau sama dengan atau tidak boleh kurang dari jumlah (kapasitas) tersedianya sumber 1 (yang dinyatakan dengan b1). Hal ini berlaku untuk batasan-batasan lainnya sampai ke m.
- Fungsi-fungsi batasan dapat di kelompokkan menjadi 2 macam, yaitu:
  1. Fungsi batasan fungsional, adalah fungsi-fungsi batasan sebanyak m yaitu $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + ... + a_{1n}X_n$
  2. Fungsi batasan non negatif (non negative constraints) yaitu fungsi-fungsi batasan yang dinyatakan dengan $X_i \geq 0$

- Variabel X_j disebut sebagai variabel keputusan (*decision variables*)

- a_{ij}, b_i, C_j, yaitu masukan-masukan input konstan, disebut sebagai parameter model.

2.3. Metode Pemecahan Model Linear Programming

Ada 2 (dua) metode/pendekatan yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan Linear Programming (LP), yaitu dengan metode grafis dan dengan metode simpleks. Bila persoalan LP hanya mempunyai 2 (dua) variabel keputusan, maka dua metode tersebut dapat dipergunakan. Bila variabel yang terlibat dalam penyelesaian LP lebih dari dua, maka metode grafis tidak dapat dipergunakan lagi.

Metode yang lazim diterapkan untuk memecahkan persoalan LP yang mempunyai variabel keputusan lebih dari dua adalah metode simpleks. Melalui metode simpleks, kombinasi variabel keputusan optimal diselesaikan dengan menggunakan pendekatan matematis.

Metode Grafis

A. Persoalan Maksimasi

- Untuk memaksimumkan laba
- Fungsi batasan bertanda ≤
- Daerah feasible akan berada disebelah kiri bawah garis batas tersebut

Contoh :

Perusahaan sepatu IDEAL membuat 2 model sepatu. Model pertama merek A dengan sol dari karet, dan model ke-dua merek B dengan sol dari kulit. Untuk membuat sepatu-sepatu itu, perusahaan memiliki tiga macam mesin. Mesin 1 khusus membuat sol dari karet, mesin 2 khusus membuat sol dari kulit, dan mesin 3 membuat bagian atas sepatu dan melakukan assembling bagian atas dengan sol. Setiap lusin sepatu merek A mula-mula dikerjakan mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam. Sedangkan untuk sepatu merek B tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3 jam, kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk untuk mesin 1 = 8 jqm, mesin 2 = 15 jam, dan mesin 3 = 30 jam. Sumbangan terhadap laba untuk setiap lusin sepatu merek A = Rp 30.000, sedangkan untuk setiap lusin sepatu merek B = Rp 50.000. Berapa lusin sebaiknya sepatu merek A dan merek B yang di buat agar bias memaksimumkan laba.

Data diatas dapat disusun ke dalam Tabel berikut ini:

Mesin \ Merek	Jenis Produksi A	Jenis Produksi B	Kapasitas Sumber
1	2	0	8
2	0	3	15
3	6	5	30
Sumbangan terhadap Laba (Rp. 10.000)	3	5	

Langkah-langkah penyelesaian:

1) Memformulasikan fungsi tujuan dan fungsi kendala (batasan) dalam bentuk matematis.
   - Fungsi tujuan

     Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
   - Dengan batasan (1) $2X_1 \leq 8$

     (kendala) (2) $3X_2 \leq 15$

     (3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

     Batasan non negatif: X_1 , $X_2 \geq 0$

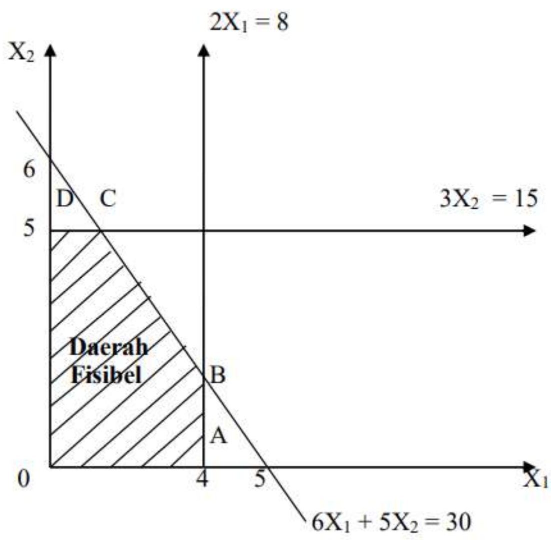
   Tiga (3) pertidaksamaan diatas disebut batasan tekhnis (technical constraints) yang ditentukan oleh keadaan tekhnologi dan tersedianya input. Dan batasan non negatif (non negative constraint) ditetapkan untuk menghindarkan nilai negatif (yang tidak dapat diterima) dalam penyelesaian persoalan.

2) Robah ketiga fungsi batasan ketidaksamaan menjadi kesamaan (=). Selesaikan masing-

masing variabel X_1 dan X_2 dengan menetapkan salah satu variabel = 0.

(1) $2X_1 = 8 \longrightarrow X_1 = 4$
(2) $3X_2 = 15 \longrightarrow X_2 = 5$
(3) $6X_1 + 5X_2 = 30$
$X_1 = 0 \longrightarrow 5X_2 = 30 \longrightarrow X_2 = 6$
$X_2 = 0 \longrightarrow 6X_1 = 30 \longrightarrow X_1 = 5$

3) Gambarkan masing-masing fungsi batasan dalam suatu sistem sumbu. Grafik dari ketidaksamaan ≤ mencakup semua titik – titik yang memenuhi fungsi batasan, yaitu semua titik pada garis dan disebelah kiri bawah garis batas tersebut.



4) Tentukan daerah feasible untuk X_1 dan X_2 (diarsir), yaitu daerah yang memuat semua titik-titik yang memenuhi ketiga batasan ditambah batasan non negatif. Daerah feasible dari soal di atas adalah OABCD (daerah yang di arsir)

5) Tentukan solusi optimal, yaitu suatu titik singgung nilai fungsi tujuan dengan daerah feasible yang terjauh dari titik nol. Solusi optimal untuk soal diatas adalah pada titik C yaitu perpotongan antara garis DC dengan garis BC.

6) Eliminasikan dan substitusikan, sehingga diperoleh nilai X_1 dan X_2 . Dan nilai tersebut disubstitusikan ke fungsi tujuan (Z).

$$\begin{array}{rcl|c|} 3X_2 & = & 15 & 5 \\ 6X_1 + 5X_2 & = & 30 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 15X_2 & = & 75 \\ 18X_1 + 5X_2 & = & 90 \\ \hline -18X_1 & = & -15 \\ X_1 & = & 18/18 = 5/6 \end{array}$$

$$6X_1 + 5X_2 = 30$$

$$6(5/6) + 5X2 = 30$$

$$5 + 5X_2 = 30 \longrightarrow 5X_2 = 25 \longrightarrow X_2 = 5$$

Sehingga diperoleh harga $X_1 = 5/6$ dan $X_2 = 5$, kemudian substitusikan kedalam fungsi tujuan:

$Z = 3X_1 + 5X_2 = 3\ (5/6) + 5\ (5) = 2{,}5 + 25 = 27{,}5$

Dengan demikian, solusi optimum dari soal diatas adalah perusahaan harus membuat sepatu merek A sebanyak 5/6 lusin dan merek B sebanyak 5 lusin setiap hari dengan keuntungan sebesar Rp 275.000 (27,5 x Rp 10.000)

Cara lain untuk menentukan solusi optimal adalah dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada berbagai titik X_1 dan X_2 di daerah fisibel. Nilai Z makin besar bila makin jauh dari titik origin (0). Untuk itu yang dibandingkan sebaiknya adalah titiktitik yang ada di sudut-sudut daerah feasible, yaitu titik 0, A, B, C, dan D.

Titik O → Pada titik ini $X_1 = 0$, $X_2 = 0$, sehingga $Z = 0$

Titik A → Pada titik ini $X_1 = 4$ dan $X2 = 0$, sehingga $Z = 12$

Titik B → Pada titik ini $X_1 = 4$.

$6(4) + 5X_2 = 30$; $X_2 = (30 - 24)/5 = 6/5$.

Sehingga $Z = 18$

Titik C → Pada titik ini $X_2 = 5$

$6X_1 + 5(5) = 30$; $X_1 = (30 - 25)/6 = 5/6$

Sehingga $Z = 27{,}5$

Titik D → Pada titik ini $X_1 = 5$ dan $X_2 = 0$, sehingga $Z = 30$

Diantara ke-lima alternatif diatas, nilai Z terbesar adalah pada titik C, yaitu sebesar 27,5. Titik ini merupakan titik optimal, dengan X_1 = 5/6 lusin dan X_2 = 5 lusin, dengan keuntungan sebesar Rp 275.000.

B. Persoalan Minimasi

- Untuk meminimalkan biaya
- Fungsi batasan bertanda ≥
- Daerah feasible akan berada disebelah kanan atas garis batas tersebut

Contoh:

PT. Asia Automotif memproduksi 2 jenis mobil, yaitu mobil sedan dan truk. Untuk dapat meraih konsumen berpenghasilan tinggi, perusahaan ini memutuskan untuk melakukan promosi dalam 2 macam acara TV, yaitu pada acara hiburan dan acara olahraga. Promosi pada acara hiburan akan disaksikan oleh 7 juta pemirsa wanita dan 2 juta pemirsa laki-laki. Promosi pada acara olahraga akan disaksikan oleh 2 juta pemirsa wanita dan 12 juta pemirsa laki-laki. Biaya promosi pada acara hiburan adalah Rp 5 juta per menit, sedangkan pada acara olahraga biayanya 10 juta per menit. Jika perusahaan menginginkan promosinya disaksikan sedikitnya oleh 28 juta pemirsa wanita dan sedikitnya 24 juta pemirsa lakilaki, bagaimanakah promosi itu sebaiknya?

Data diatas disusun kedalam tabel seperti terlihat pada Tabel dibawah ini

Promosi / Pemirsa	Jenis Promosi		Jumlah Pemirsa
	H (X_1)	O (X_2)	
Wanita	7	2	28
Laki-laki	2	12	24
Biaya Promosi (Rp. Juta)	5	10	

Langkah-langkah penyelesaian:

1) Memformulasikan fungsi tujuan dan fungsi kendala (batasan) dalam bentuk matematis:
   - Fungsi tujuan

     Maksimumkan $Z = 5X_1 + 10X_2$
   - Dengan batasan (kendala) (1) $7X_1 + 2X_2 \geq 28$

     (2) $2X_1 + 12X_2 \geq 24$

     Batasan non negatif: $X_1 , X_2 \geq 0$

2) Robah ketiga fungsi batasan ketidaksamaan menjadi kesamaan (=). Selesaikan masing-masing variabel X_1 dan X_2 dengan menetapkan salah satu variabel = 0.

   (1) $7X_1 + 2X_2 = 28$

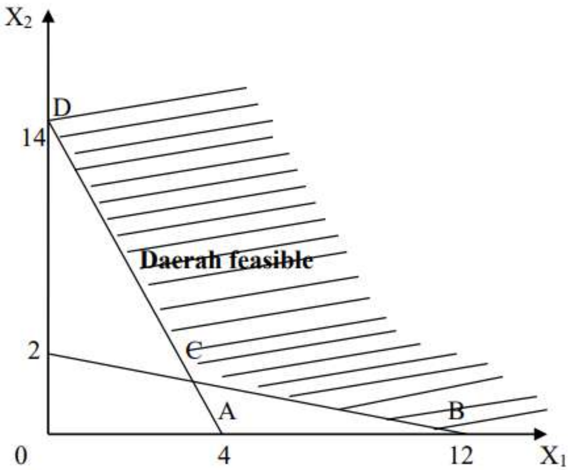
   $X_1 = 0 \longrightarrow 2X_2 = 28 \longrightarrow X_2 = 14$

   $X_2 = 0 \longrightarrow 7X_1 = 28 \longrightarrow X_1 = 4$

3) Gambarkan masing-masing fungsi batasan dalam suatu sistem sumbu. Grafik dari ketidaksamaan ≥ mencakup semua titik – titik

yang memenuhi fungsi batasan, yaitu semua titik pada garis dan disebelah kanan garis batas tersebut.

4) Tentukan daerah feasible untuk X_1 dan X_2 (diarsir), yaitu daerah yang memuat semua titik-titik yang memenuhi ketiga batasan ditambah batasan non negatif.



5) Tentukan daerah *feasible* untuk X_1 dan X_2 (diarsir), yaitu daerah yang memuat semua titik-titik yang memenuhi ketiga batasan ditambah batasan non negatif.

6) Tentukan solusi optimal, yaitu suatu titik singgung nilai fungsi tujuan dengan daerah feasible yang terdekat dengan titik nol. Solusi

optimal untuk soal diatas adalah pada titik C yaitu perpotongan antara garis DC dengan garis BC.

7) Eliminasikan dan substitusikan, sehingga diperoleh nilai X_1 dan X_2. Dan nilai tersebut disubstitusikan ke fungsi tujuan (Z).

$$\begin{array}{l|c|} 7X_1 + 2X_2 = 28 & 6 \\ 2X_1 + 12X_2 = 24 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 42X_1 + 12X_2 & = 168 \\ 2X_1 + 12X_2 & = 42 \\ \hline 40X_1 & = 144 \\ X_1 & = 3{,}6 \end{array}$$

$$7X_1 + 2X_2 = 28$$
$$7(3{,}6) + 2X_2 = 28$$
$$25{,}2 + 2X_2 = 28 \longrightarrow 2X_2 = 2{,}8 \longrightarrow X_2 = 1{,}4$$

Sehingga diperoleh harga $X_1 = 3{,}6$ dan $X_2 = 1{,}4$, kemudian substitusikan kedalam fungsi tujuan:

$Z = 5X_1 + 10X_2 = 5\ (3{,}6) + 10\ (1{,}4) = 18 + 14 = 32$

Keputusannya adalah lama promosi dalam acara hiburan 3,6 menit sedangkan dalam acara olahraga 1,4 menit dengan total biaya Rp 32 juta. Cara lain untuk menentukan solusi optimal adalah dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada tiap-tiap alternatif.

BAB III

METODE ALJABAR SIMPLEX

3.1. Pemecahan Dengan Metode Simpleks

Lebih dahulu akan diketengahkan konstruksi dari tabel analisis yang ada pada metode simpleks dimaksud. Bentuk umumnya terdapat pada Tabel. Untuk contoh yang mudah, peubah keputusan tiga buah, yaitu X_1, X_2 dan X_3. Kendala juga sebanyak tiga buah dan dimulai pada program maksimisasi.

C_j	Mix		a_1	a_2	a_3	0	0	0
		Q	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3
0 0 0	S_1 S_2 S_3	b_1 b_2 b_3	c_{11} c_{21} c_{31}	c_{12} c_{22} c_{32}	c_{13} c_{23} c_{33}	1 0 0	0 1 0	0 0 1
Z_j $Z_j - C_j$								

Legenda:

Fungsi tujuan adalah:

Maksimumkan $Z = a_1X_1.+ a_2X_2, + a_3X_3,+ 05_1+ 05_2.+ 05_3,$

Dengan kendala:

$$c_{11}X_1 + c_{12}X_2 + c_{13}X_3 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = b_1$$
$$c_{21}X_1 + c_{22}X_2 + c_{23}X_3 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = b_2$$
$$c_{31}X_1 + c_{32}X_2 + c_{33}X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 = b_3$$

C_j = Kontribusi unit dari fungsi tujuan, yaitu a untuk variabel keputusan dan 0 untuk variabel slack S_j.

Cj = koefisien fungsi kendala

Zj = Kontribusi pada setiap proses iterasi

Tabel terdiri atas bagian-bagian penting sebagai berikut.

1. Kepala tabel, dibagi atas dua bagian. Bagian atas kepala tabel dipakai sebagai tempat menuliskan kontribusi unit (C_j) fungsi tujuan (karena itu disebut juga *objective row*), sedangkan bagian bawah kepala tabel dipakai sebagai tempat menuliskan semua nama peubah keputusan X_j, dan perubah dummy S_j, (karena itu disebut juga variable row). Kepala tabel ini dibagi atas beberapa kolom, yaitu : C_j (untuk kontribusi unit fase iterasi), kolom product mix (sesuai bauran setiap proses iterasi), kolom Q (nila sisi kanan, b_j, fungsi kendala), kolom peubah keputusan (disesuaikan dengan jumlah peubah menurut fungsi tujuan), serta kolom peubah dummy S_j (disesuaikan dengan jumlah baris kendala).
2. Badan tabel, disebut juga *problem rows*, yaitu tempat menuliskan koefisien fungsi kendala dan koefisien peubah *dummy* S_j selanjutnya, juga

tempat mencatat hasil proses iterasi mulai tahapan pertama sampai tahap optimal.

3. Kaki tabel, terbagi atas dua baris, yaitu baris Z_j, dan baris Z_j - C_j, Baris Z_j disebut juga index row adalah baris tempat mencatat hasil perkalian vektor C_j dengan vektor kolom yang ada dalam badan tabel. Baris Z_j - C_j, adalah baris tempat mencatat hasil pengurangan baris Z_j, dengan koefisien fungsi tujuan yang ada pada bagian atas kepala tabel dan baris ini juga disebut identity row (baris identitas). Disebut demikian karena baris ini menjadi landasan untuk menentukan berikut ini.
    - Kolom kunci (*key column*),
    - Tahap optimal analisis (dalam maksimisasi, jika semua tanda dari angka hasil kurang Z_j-C_j sudah positif seluruhnya).

Selanjutnya, untuk program minimisasi, bentuk umum tabel analisis disajikan dalam Tabel Bisa dianggap, peubah keputusan tiga buah dan baris fungsi kendala juga tiga buah.

Fungsi tujuan:

$$\text{Minimumkan } C = - a_1X_1 - a_2X_2 - a_3X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 - MA_1 - MA_2 - MA_3$$

Dengan Kendala

$$c_{11}X_1 + c_{12}X_2 + c_{13}X_3 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 1A_1 + 0A_2 + 0A_3 = b_1$$
$$c_{21}X_1 + c_{22}X_2 + c_{23}X_3 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 + 0A_1 + 1A_2 + 0A_3 = b_2$$
$$c_{31}X_1 + c_{32}X_2 + c_{33}X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 + 0A_1 + 0A_2 + 1A_3 = b_3$$

dengan syarat ikatan : $X_i \geq 0$

Cj	Mix	Q	$-a_1$	$-a_2$	$-a_3$	0	0	0	-M	-M	-M
			X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	A_1	A_2	A_3
0	A_1	b_1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	-1	0	0	1	0	0
0	A_2	b_2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	0	-1	0	0	1	0
0	A_3	b_3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	0	0	-1	0	0	1
Z_j $Z_j - C_j$											

Koefisien fungsi tujuan memiliki tanda matematik yang sebaliknya dari program maksimisasi dan ditambah tiga variabel artifisial A_j. Hal ini berpengaruh pada jumlah kolom program minimisasi, yaitu masih harus ditambah sebanyak jumlah baris kendala. Pada contoh di atas, dianggap kasus terdiri atas tiga peubah keputusan dan tiga baris kendala. Selanjutnya, koefisien variabel surplus S_j seperti terlihat pada badan tabel, juga memiliki tanda matematik yang sebaliknya, yaitu pada program maksimisasi variabel slack bertanda positif (+) sedangkan pada program minimisasi bertanda negatif (-),

Proses pada tahapan optimal jika koefisien semua peubah sudah bertanda negatif (-). Pada program minimisasi, peubah artifisial A_j diberi koefisien M, suaty angka yang sama atau lebih besar daripada yang dipikirkan. Lambang bilangan M ini dapat diganti dengan bilangan sembarang yang memadai besarnya, misainya 1.000 atau 10.000.

3.2. Pemecahan Kasus Maksimisasi

Misalnya, untuk contoh terdahulu yang telah diselesaikan dengan metode grafik, ingin diselesaikan dengan metode simpleks, yaitu sebagai berikut. Maksimumkan $Z = 20.000X_1 + 30.000X_2$

Dengan kendala : $X_1 + 2X_2 < 400$

$X_1 + 0.75X_2 < 240$

$0X_1 + X_2 <180$

Dengan syarat ikatan $X_1 \geq 0$

Pemecahan:

Langkah pertama:

Lebih dahulu disusun fungsi tujuan dan fungsi kendala yang sesuai dengan kebutuhan analisis dengan metode simpleks.

Fungsi tujuan:

Maksimumkan $Z = 20.000X_1 + 30.000X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$

Dengan kendala:

$X_1 + 2X_2 + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 400$

$X_1 + 0.75X_2 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = 240$

$0X_1 + X_2 + S_1 + 0S_2 + 1S_3 = 180$

Langkah kedua:

Buat tabel analisis simpleks seperti yang telah dikemukakan di atas, kemudian masukkan fungsi tujuan kendala ke tabel yang bersangkutan secara bersesudian.

C_j	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	400	1	2	1	0	0	200
0	S_2	240	1	0.75	0	1	0	320
0	S_3	180	0	1	0	0	1	180
Z_j		0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$			-20.000	-30.000	0	0	0	

Setelah memasukkan fungsi tujuan dan fungsi kendala ke tabel analisis maka carl nilai baris Z_j pada kaki tabel, kemudian nilai Z_j-C_j Nilai baris Z_j diperoleh melalui operasi perkalian transpose vector kolom C_j dengan vektor kolom yang ada di sebelah kanannya, mulai kolom Q sampai dengan kolom S_o**.**

$$\text{Untuk Kolom Q ; } (0\ 0\ 0) \begin{bmatrix} 400 \\ 240 \\ 180 \end{bmatrix} = 0\,(400) + 0(240) + 0(180) = 0$$

$$\text{Untuk Kolom } X_1 \text{ ; } (0\ 0\ 0) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0(1) + 0(1) + 0(0) = 0$$

$$\text{Untuk Kolom } X_2 \text{ ; } (0\ 0\ 0) \begin{bmatrix} 2 \\ 0.75 \\ 1 \end{bmatrix} = 0(2) + 0(0.75) + 0(1) = 0$$

Demikian seterusnya sampai kolom S_o. Oleh karena vektor C_j adalah vektor nol maka semua hasil kali juga adalah 0. Nifal hasil kali kemudian secara bersesuaian dipindahian ke baris Z_j Selanjutnya, nilai baris ZC_j diperoleh dengan cara mengurangkan nilai baris Z_j dengan nilai C_j yang ada di bagian atas kepala tabel secara bersesuaian.

Untuk kolom X_j ; Z_j - C_j = 0 - 20.000 = -20.000

Untuk kolom X_2 : Z_j - C_j= 0- 30.000 = -30.000

Untuk kolom S_j ; Z_j – C_j = 0-0 =0

Untuk kolom S_2; Z_j- C_j = 0-0=0

Untuk kolomS_2: Z_j – C_j =0-0=0

Dari baris identitas Z_j-C_j tersebut kemudian dipilih kolom yang memiliki tanda (-) dengan nilai mutlak terbesar. Pada contoh tersebut ialah -30.000 pada kolom X_2. Dalam hal ini kolom X_2 disebut kolom kunci atau key column, yaitu kolom dengan nilai Z_j-C_j yang memiliki unsur bertanda (-) dengan nilai mutlak terbesar.

Operasi selanjutnya ialah mencari nilai rasio, yaitu hasil bagi antara unsur kolom Q dengan unsur kolom kunci secara bersesuaian, yaitu sebagai berikut,

Untuk baris S_1 = 400: 2 = 200

Untuk baris S_2 = 240: 075 = 320

Untuk baris S_3 = 180: 1 = 180

Selanjutnya dipilih hasil bagi (rasio) terkecil, dalam hal ini adalah 180 pada baris S_j dan baris S_j tersebut dinamakan baris kunci (*key row*), yaitu baris. dengan hasil bagi antara nilai sisi kanan Q dengan koefisien pada kolom kunci secara bersesuaian yang nilainya terkecil.

Baris kunci ini merupakan baris yang dipindahkan pertama ke tabel analisis berikutnya dengan terlebih dahulu melakukan penggantian lambang baris kunci S_j dengan lambang kolom kunci X_2 Unsur (koefisien) pada tabel analisis berikutnya dapat diperoleh melalui dua cara operasi, yaitu : (a) proses penggantian melalui operasi kolom, dan (b) proses penggantian melalui operasi baris. Pada tahap pertama, nilai koefisien dimaksud akan dicari melalui operasi kolom.

3.2.1. Proses Iterasi Melalui Operasi Kolom

Dengan mengganti S_j (baris kunci) dengan X_2, (kolom kunci) maka vektor

kolom pada kolom *mix* berubah dari $\begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ S3 \end{bmatrix}$ menjadi $\begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix}$

Setiap bauran pada kolom mix tersebut akan menghasilkan matriks identitas sehingga diperoleh

$\begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan koefisien dimaksud dipindahkan secara bersesuaian ke tabel analisis kedua.

Sesudah itu dicari nilai kolom lainnya, dalam hal ini kolom Q, kolom X_1 dan kolom S_3 yang baru. Dari kolom yang mengganti, dicari nilai kolom yang digantikan, dalam hal ini dari kolom X_2 dicari nilai kolom S_1.

Nilal kolom X_2 (sebelum diganti) adalah sebagai berikut.

$X_2 = 25_1 + 0755_2 + 15_3$

$15_1 = X_2$ \`- $25_1 \sim 0.75S_2$

Berdasarkan nilai kolom S_1 ini, dicari nilai kolom Q dan kolom X_1, yang untuk S_1 telah diperoleh pada proses di atas

$$\begin{aligned}
\text{Kolom Q} &= 400S_1 + 240S_2 + 180S_3 \text{ ; (nilai pada Tabel 3.5a)} \\
&= 400S_1 + 240S_2 + 180(-2S_1 - 0.75S_2 + 1X_2) \\
&= 400S_1 - 360S_1 + 240S_2 - 135S_2 + 180X_2 \\
&= 40S_1 + 105S_2 + 180X_2
\end{aligned}$$

Dari operasi itu, sudah didapatkan nilai untuk kolom Q, yaitu sesuai dengan nilai parameter persamaan dimaksud di atas (40, 105, 180).

$$\begin{aligned}
\text{Kolom } X_1 &= 1S_1 + 1S_2 + 0S_3 \\
&= 1S_1 + 1S_2 + 0(-2S_1 - 0.75S_2 + 1X_2) \\
&= 1S_1 - 0S_1 + 1S_2 - 0S_2 + 0X_2 \\
&= 1S_1 + 1S_2 + 0X_2
\end{aligned}$$

Dengan demikian, semua kolom sudah diperoleh nilainya, dan selanjutnya kita pindahkan ke Tabel.

Langkah ketiga:

Buat tabel analisis kedua yang bentuknya sama dengan yang pertama, kemudian pindahkan secara bersesuaian nilai-nilai koefisien setiap kolom yang telah diperoleh ke tabel analisis kedua, yaitu Tabel Hasilnya sebagai berikut.

Cj	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	40	1	0	1	0	-2	40
0	S_2	105	1	0	0	1	-0.75	105
30.000	X_2	180	0	1	0	0	1	¥
Zj Zj – Cj		5.400.000	0 -20.000	30.000 0	0 0	0 0	30.000 30.000	

Dengan operasi yang sama tersebut di muka dicari nilai baris indeks Z_j selanjutnya nilai baris identitas Z_j - C_j Dari baris identitas Z_j - C_j diperoleh bahwa kolom dengan unsur yang bertanda negatif, yaitu -20.000 pada kolom X_1. Dengan demikian kolom X_2 adalah kolom kunci.

Selanjutnya, unsur kolom Q dibagi dengan unsur kolom kunci untuk mendapatkan nilai kolom rasio berikut ini.

Baris S_1 = 40 : 1 = 40

Baris S_2 = 105 : 1 = 105, dan

Baris X_2 = 180 : 0 = ∞

Rasio terkecil ialah 40 (baris S_1) sehingga baris S_1 adalah baris kunci. Sejalan dengan proses operasi di muka, lambang baris kunci, S_1 diganti dengan lambang kolom kunci X_1 dan diperoleh vektor kolom mix yang baru sebagai berikut.

$$\text{Vektor kolom } mix \text{ yang lama} \begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix} \text{ menjadi } \begin{bmatrix} X1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian diperoleh matriks identitas yang baru sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} X1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks identitas yang baru tersebut kemudian dipindahkan ke tabel analisis ketiga, yaitu Tabel Dari nilai kolom yang mengganti (yaitu kolom X_1), dicari nilai kolom yang diganti (yaitu kolom S_1.)

Kolom $X_1 = 1S_1 + 15,_2 + 0X_2$: (ihat kolom kunci pada Tabel). Kolom S_1 yang baru diperoleh dari terasi nilai kolom X_1 sehingga diperoleh: $S_1 = X_1 - 15_2 - OX_2$. Tanda dari parameter (koefisien) X_2, yaitu -0 diubah menjadi +0 (Untuk angka selain 0, tanda matematik itu tidak boleh diganti).

Kolom yang masih harus dicari nilainya ialah kolom Q dan kolom S_2. Prosedutnya sama dengan yang dilakukan di atas, yaitu dengan memasukkan nilai yang baru dari kolom yang diganti, dalam hal ini kolom S_1.

$$
\begin{aligned}
\text{Kolom } Q &= 40S_1 + 105S_2 + 180X_2 \\
&= 40(X_1 - 1S_2 + 0X_2) + 105S_2 + 180X_2 \\
&= 40X_1 - 40S_2 + 105S_2 + 0X_2 + 180X_2 \\
&= 40X_1 + 65S_2 + 180X_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Kolom } S_3 &= -2S_1 - 0.75S_2 + 1X_2 \\
&= -2(X_1 - 1S_2 + 0X_2) - 0.75S_2 + 1X_2 \\
&= -2X_1 + 2S_2 - 0.75S_2 + 0X_2 + 1X_2 \\
&= -2X_1 + 1.25S_2 + 1X_2
\end{aligned}
$$

Hasil yang diperoleh dipindahkan ke tabel analisis.

Cj	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
20.000	X_1	40	1	0	1	0	-2	-*)
0	S_2	65	0	0	-1	1	1.25	52
30.000	X_2	180	0	1	0	0	1	180
Zj Zj – Cj		6.200.000	20.000 0	30.000 0	20.000 20.000	0 0	-10.000 -10.000	

Sampai iterasi ke-3 ini, masih terdapat unsur yang bertanda minus pada baris identitas Z_j-C_j yaitu -10.000 pada kolom S_j. Oleh karena itu, operas belum optimal. Kolom S_j adalah kolom kunci.

Rasio dicari dengan prosedur yang sama dengan yang terdahulu, dan didapatkan, rasio terkecil adalah 52 pada baris S_2. Dengan demikian, baris S_2 adalah baris kunci.

Rasio baris pertama (*) diabaikan karena bertanda minus (imajiner). Sejalan dengan prosedur di muka maka kembali diperoleh vektor kolom matriks yang baru, yaitu sebagai berikut.

Vektor kolom *mix* yang lama $\begin{bmatrix} X1 \\ S2 \\ X2 \end{bmatrix}$ menjadi $\begin{bmatrix} X1 \\ S3 \\ X2 \end{bmatrix}$

Selanjutnya diperoleh matriks identitas baru yaitu sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} X1 \\ S3 \\ X2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kolom yang belum diketahui nilainya ialah kolom Q, kolom S_1 dan kolom S_2 yang baru.

Per kolom kunci : $S_3 = -2X_1 + 1.255_2 + 1X_2$

Baris ini dibagi dengan 1.25 untuk mendapatkan $1S_2$ dan diperoleh :

$085_1 = -1.6X_1 + 1S_2 + 0.8X_2$

$S_2 = 08S_j + 1.6X_2 - 08X_2$

Kolom Q $= 40X_1 + 65S_2 + 180X_2$

$= 40X_1 + 65(0.8S_3 + 1.6X_2 - 0.8X_2) + 180X_2$

$= 40X_1 + 104X_1 + 52S_3 - 52X_2 + 180X_2$

$= 144X_1 + 52S_3 + 128X_2$

Kolom S_1 $= 1X_1 - 1S_2 + 0X_2$

$= 1X_1 - 1(0.8S_3 + 1.6X_1 - 0.8X_2) + 0X_2$

$= 1X_1 - 1.6X_1 - 0.8X_3 + 0.8X_2 + 0X_2$

$= -0.6X_1 - 0.8S_3 + 0.8X_2$

nilai yang diperoleh kemudian dipindahkan ke tabel analisis berikutnya, hasilnya dapat dilihat dalam tabel berikut.

Cj	Mix	Q	20.000	30.000	0	0	0	Rasio
			X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
20.000	X_1	144	1	0	-0.6	1.6	0	-
0	S_3	52	0	0	-0.8	0.8	1	-
30.000	X_2	128	0	1	0.8	-0.8	0	-
Zj Zj – Cj		6.720.000	20.000 0	30.000 0	12.000 12.000	8.000 8.000	0 0	

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa pada baris identitas Zj-Cj tidak ada lagi unsur yang bertanda negatif. Oleh karena itu, proses pemecahan sudah tiba pada hasil yang optimum.

Hasil yang diperoleh ditunjukkan oleh matriks identitas berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X1 \\ S3 \\ X2 \\ \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144 \\ 52 \\ 128 \\ 6.720.000 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian hasil optimal adalah berikut ini.

X_1 = 144 unit

S_3 = 52 Unit

X_2 = 128 Unit

π_{maks} = Rp6.720.000

Dengan metode simpleks ini langsung diperoleh kendala (sumber daya) yang tergolong langka dan sumber daya yang tidak langka. Kendala yang diwakili oleh variabel slack S_j yang terdapat dalam optimal product mix adalah sumber daya tidak langka (dalam contoh adalah kendala ke-3; S_j optimal dengan nilai 52). Kendala (sumber daya) lainnya yang tidak terdapat dalam optimal product mix adalah sumber daya langka, dalam hal ini Kendala 1 dan Kendala 2.

BAB IV
MASALAH TRANSPORTASI

4.1. Pengertian Tranportasi

Diambil dari Buku Riset Operasi dari penyusun Hamdy A Taha dalam penyajian model transportasi dan berbagai variannya mengemukakan bahwa model transportasi berkaitan dengan penentuan rencana berbiaya terendah untuk mengirim suatu barang dari sejumlah sumber (misalnya pabrik) ke sejumlah tujuan (misalnya gudang). Model ini dapat diperluas secara langsung untuk mencakup situasi-situasi praktis dalam bidang pengendalian mutu, penjadwalan dan penugasan tenaga kerja, diantara bidang-bidang lainnya.

Transportasi berkaitan dengan distribusi atau pemindahan barang dari beberapa titik suplai ke sejumlah titik permintaan. Masalah transportasi juga bisa digunakan dalam mencoba untuk mengambil keputusan oleh suatu perusahaan dimana telah ada rencana membuka fasilitas baru, sebelum membuka gudang, perusahaan atau kantor pemasaran, sebaiknya menetapkan beberapa tempat alternatif. Keputusan dalam penetapan lokasi yang tepat meminimalisasi biaya transportasi dan produksi secara keseluruhan.sehingga dapat memberi dampak baik terhadap keuangan perusahaan. Sasaran transportasi adalah mengalokasikan produk yang tersedia dari sumber asal sehingga semua kebutuhan terpenuh pada tempat yang dituju. Dengan tujuan adalah untuk mencapai biaya yang serendah-rendahnya (minimum) atau mencapai jumlah laba.

Masalah pada pelaksanaan transportasi adalah pada pemilihan rute dalam jaringan distribusi produk antara pusat industry atau sumber barangi dan distribusi gudang penempatan barang atau antara distribusi gudang egional dan distribusi pengeluaran lokal. Dalam metode transportasi, pihak manajemen mencari dan menetapkan rute distribusi yang bisa mengoptimalkan tujuan perusahaan yaitu tujuan, memaksimalkan laba atau meminimumkan biaya seperti biaya transportasi, biaya atau penggunan waktu serta penempatan tenaga kerja yang tepat.

Secara matematis, metode transportasi adalah pengembangan dari persoalan LP, model transportasi adalah pembahasan tentang penentuan rencana biaya minimum (*minimum cost*) untuk transportasi pengangkutan (*single commodity*) dari sejumlah lokasi sumber (*sources*) seperti pabrik, lokasi penambangan, pelabuhan,dan lain lain ke sejumlah lokasi tujuan (*destinations*) seperti gudang, pusat distribusi, tempat pemasaran, dan sebagainya.

Gambar di bawah ini memperlihatkan sebuah model transportasi dari sebuah jaringan dengan m sumber dan n tujuan. Sebuah sumber dan tujuan diwakili dengan sebuah node. Busur yang menghubungkan sebuah sumber dan sebuah tujuan mewakili rute pengiriman barang tersebut. Jumlah penawaran di sumber i adalah ai dan permintaan di tujuan j adalah

bj. Biaya unit transportasi antara sumber dan tujuan adalah dan mewakili jumlah barang yang dikirimkan dari sumber i ke tujuan j; maka model LP yang mewakili masalah transportasi ini diketahui secara umum sebagai berikut:

ai = Jumlah suplai pada sumber i

bj = Jumlah permintaan pada tujuan j

cij = Harga satuan transportasi antara sumber i dan tujuan j

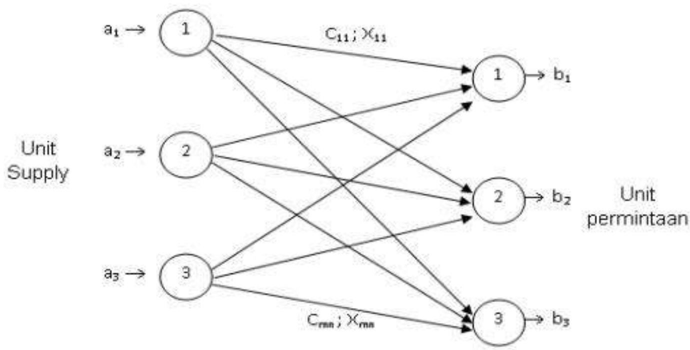
Barisan dapat diartikan sebagai fungsi yang merupakan himpunan bilangan. Barisan merpakan bilangan yang tersusun dan terbentuk berdasarkan pada urutan tertentu. Setiap bilangan yang termasuk dalam anggota suatu banjar disebut suku. Bentuk umum dari banjar adalah:

$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots a_n$

Keterangan :

- Dimana : Suku ke 1 = $S_1 = a_1$
- Dimana : Suku ke 2 = $S_2 = a_2$
- Dimana : Suku ke 3 = $S_3 = a_3$

a_n merupakan simbol dari baris ke-berapa yang akan dicari. Sehingga suatu baris yang tidak memiliki akhir atau memiliki banyak suku yang tidak terbatas dinamakan sebagai **baris tak terhingga.** Sedangkan baris yang banyak sukunya diketahui/ditentukan dinamakan **baris terhingga.**



Gambar Ilustrasi Transportasi

Dengan demikian, maka formulasi program linearnya adalah sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

Dengan batasan

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i, \qquad i = 1,2,\ldots,m$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \geq b_j, \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

$$x_{ij} \geq 0, \qquad \text{untuk semua } i \text{ dan } j$$

Kelompok batasan yang pertama menetapkan bahwa jumlah pengiriman dari sebuah sumber tidak dapat melebihi penawarannya; demikian pula, kelompok batasan kedua mengharusan bahwa jumlah pengiriman ke sebuah tujuan harus memenuhi permintaannya.

Dalam bentuk tabel dapat disajikan seperti berikut ini:

		Tujuan 1	2		n	Persediaan
	1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
Sumber	2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
		...	...	...	...	
	m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
	Permintaan	b_1	b_2			b_n

4.2. Keseimbangan Model Transportasi

Suatu model transportasi dikatakan seimbang apabila total supply sama dengan total demand. Dengan kata lain :

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Dalam persoalan yang sebenarnya, batasan ini tidak selalu terpenuhi atau dengan kata lain jumlah supply yang tersedia mungkin lebih besar atau lebih kecil daripada jumlah yang diminta. Jika hal ini terjadi, maka model persoalannya disebut sebagai model yang tidak seimbang. Namun, setiap persoalan transportasi dapat dibuat seimbang dengan cara memasukkan variabel dummy.

4.3. Pembuatan Model Transportasi

Tahapan tahapan dalam membuat tabel Transportasi adalah :

1. Perhatikan total (*supply*) atau kapasitas kirim untuk tiap source atau sumber.
2. Perhatikan total *demand* atau kapasitas penerimaan untuk setiap tujuan

3. Pastikan jumlah total dari seluruh *source* atau sumber sama dengan total semua tujuan, *Supply* harus sama dengan Demand (S + D)
4. Jika *supply* tidak sama dengan *demand* (S>D), maka harus ditambahkan kolom *dummy* (kolom buatan) pada bagian *demand*.
5. Jika *supply* tidak sama dengan *demand* (S<D), maka harus ditambahkan kolom *dummy* pada bagian *supply.*

Jenis-Jenis Metode Transportasi

1. ***North West Corner* (NWC)**

   Metode Sudut Barat Laut (*North West Corner Method*) adalah sebuah metode dalam menyusun tabel awal dengan cara mengalokasikan distribusi dimulai dari sel yang terletak pada sudut kiri atas atau sudut barat laut dari tabel.

   Metode *Noth West Corner* merupakan metode yang paling sederhana dari metode lainnya sehingga digunakan untuk mencari solusi awal atau langkah awal dari metode yang lainnya

2. ***Least Cost* (LC)**

   Metode *Least Cost* (LC) yaitu penyelesaian tabel transpotasi dengan cara pengalokasian distribusi barang dari sumber ke tujuan yang dimulai dari sel dengani biaya transportasii terecil. Metode *Least Cost* adalah metode yang melakukan pengalokasian berdasarkan biaya yang terendah.

3. ***Vogel Aproximation Method***

   Metode Vogel atau *Vogel's Approximation Method* (VAM) adalah metode transportasi yang masih sederhana dalam menetukan susuna pengiriman barang dari beberapa sumber ke beberapa tujuan (tempat pemasaran) atau pengalokasian sumber daya). dalam mendapatkan nilai optimum.

   Dalam pengerjaan VAM adalah untuk mendapatkan pengalaokasian yang tepat sehingga didapatkan nilai yang optimum. Kendala penawaran (Sumber) dari permintaan (Tujuan) dilakukan alokasi melalui selisih biaya terkecil, sampai semua variable non basis (kotak kosong), memiliki perubahan biaya berarti solusi telah optimum.

4. **Metode *Stepping Stone***

   Metode *Stepping Stone* adalah metode untuk mendapatkan solusi optimal dari masalah transportasi (biaya minimum), metode ini bersifat *trial and error,* yaitu dengan mencoba-coba memindahkan sel yang ada isinya (*stone*) ke sel yang kosong (*water*). Tujuan pemindahan ini adalah harus mengurangi biaya, untuk itu harus dipilih sedemikian rupa sel-sel kosong yang biaya transportasinya kecil dan memungkinkan dilakukan pemindahan.

Metode *Steppng stone* diawali dengan menggunakan metode langkah awal *North West Corner* (NWC), atau *Least Cost*, atau *Vogel Aproximation Method* (VAM).

5. **Metode MODI (*Modified Distribution Method*)**

MODI (*Modified Distribution Method*) dapat juga dipergunakan untuk mencari solusi optimum seperti metode lainnya dengan melakukan evaluasi dari suatu lokasi transportasi secara matriks. Perbedaan utama antara metode MODI dengan metode *Stepping Stone* adalah cara mengevaluasi setiap sel dalam matriks. Dalam proses mencari harga-harga pada sel evaluasi matriks, metode MODI ini terlebih dahulu harus menyusun satu matriks perantara, sedangkan pada metode *Stepping Stone* langsung melakukan evaluasi sel demi sel tanpa menyusun matrik perantara.

4.4. Contoh Kasus Masalah Transportasi

Soal 1

Jika *Total Supply* sama dengan *Total Demand* (S=D)

Pengusaha roti memiliki 3 buah pabrik yang tesebar di pulau Sumatera. Tiap pabrik memiliki kapasitas produksi yang berbeda- beda, pabrik yang berlokasi di Medan memiliki kapasitas produksi 5.000 biskuit setiap bulannya, pabrik di Padang memiliki memiliki kapasitas produksi 7.000 biskuit setiap bulannya dan pabrik di Palembang memiliki kapasitas produksi 3.000 roti setiap bulannya. Selain memiliki pabrik, pengusaha tersebut juga memiliki gudang yang menjadi daerah tujuan pengiriman dari produk roti tersebut. Gudang tersebut tersebut tersebar di tiga kota di pulau Jawa, gudang di Jakarta memiliki kapasitas simpan sebanyak 6.000 biskuit, gudang di Surabaya memiliki kapasitas simpan sebanyak 7.000 biskuit dan gudang di Bandung memiliki kapasitas simpan sebanyak 2.000 biskuit.

Ongkos kirim dari tiap sumber ke setiap tujuan, dapat dilihat pada tabel dibawah ini:

Tabel 2

Sumber / **Tujuan**	**Medan**	**Padang**	**Palembang**
Jakarta	$8	$15	$10
Surabaya	$10	$7	$12

Bandung	$20	$16	$15

Penyelesaian:

Model Transportasi Pabrik biskuit, terlihat bahwa total kapasitas produksi dari ketiga pabrik (supply) sebanyak 15.000 sama dengan total kapasitas simpan (demand) dari ketiga gudang tersebut.

Tujuan \ Sumber	Medan	Padang	Palembang	Total
Jakarta	8	15	10	6,000
Surabaya	10	7	12	7,000
Semarang	20	16	15	2,000
Total	5,000	7,000	3,000	15,000

Dari tabel tersebut, maka tidak perlu ditambahkan kolom *dummy* dalam model transportasi, melihat dari *total supply* sama dengan *total demand* (D=S).dan dapat langsung dikerjakan.

Soal 2

Jika *Total Supply* lebih besar dari *Total Demand* (S>D)

Pengusaha roti memiliki 3 buah pabrik yang tesebar di pulau Sumatera. Tiap pabrik memiliki kapasitas produksi yang berbeda- beda, pabrik yang berlokasi di Medan memiliki kapasitas produksi 5.000 biskuit setiap bulannya, pabrik di Padang memiliki memiliki kapasitas produksi 7.000 biskui setiap bulannya dan pabrik di Palembang memiliki kapasitas produksi 3.000 roti.

Tabel 3

	Jakarta	**Bogir**	**Bandung**
Agen 1	12 USD/Ton	5 USD/Ton	10 USD/Ton
Agen 2	9 USD/Ton	15 USD/Ton	12 USD/Ton
Agen 3	10 USD/Ton	12 USD/Ton	15 USD/Ton

Penyelesaian:

Dari contoh kasus diatas, maka dapat dibuatkan kedalam tabel model transportasi seperti pada dibawah ini.

Ke / dari	Jakarta	Bogor	Bandung	Total
Agen 1	12	5	10	9.000
Agen 2	9	15	12	13.000
Agen 3	10	12	15	10.000
Total	12.000	7.000	15.000	

total kapasitas dari ketiga pabrik dan total permintaan dari ketiga agen tersebut tidaklah sama, dimana total kapasitas produksi sebanyak 34.000 Ton dan total kapasitas permintaan sebanyak 32.000 Ton. Sehingga perlu ditambahkan kolom dummy pada baris tujuan (*demand*) sebanyak 2.000Ton, agar total supply sama dengan total demand. yaitu dengan membuat kolom tambahan.

Sumber / Tujuan	Jakarta	Bogor	Bandung	Total
	Agen 1	12	5	10
	9,000			
Agen 2	9	15	32,000	13,000
Agen 3	10	12	15	10,000
Dummy	0	0	2,000	2,000
Total	12,000	7,000	15,000	

34,000

Dummy merupakan tambahan untuk kolom fiktif atau kolom tambahan, sehingga secara aktual agen tersebut tidak ada, akan tetapi secara data ada, agar total supply sama dengan dengan total demand. Sehingga tidak ada ongkos kirim untuk baris dummy atau nol (0).

BAB V
METODE STEPING STONE

5.1 Pengertian Dasar

Dalam menjalankan roda bisnisnya, para pebisnis maupun pengambil keputusan manajemen kerap menemui beragam masalah manajerial. Salah satunya adalah terkait masalah distribusi barang dari Gudang ke tempat tujuan yang membutuhkan ketersediaan barang perusahaan. Ketika tempat atau lokasi asal dari suatu produk hanya satu lokasi, maka tentu distribusinya akan sangat mudah dan sederhana. Namun demikian, pada saat tempat alokasi dikerjakan dari beberapa tempat asal dari produk ke beberapa destinasi, maka hal itu tentu tidak lagi sederhana dan berpotensi menimbulkan beberapa kendala.

Permasalahan terkait distribusi ini terkadang tidak kita sadari. Hal disebabkan dalam melakukan distribusi, manajer mengutamakan pada pemenuhan akan kebutuhan, meskipun dapat menimbulkan waktu distribusi yang lebih lama maupun biaya alokasi yang mahal. Hal ini perlu ditangani dengan baik, sebab meskipun seluruh fasilitas yang tersedia adalah sama, manajer dapat melakukan alokasi dengan biaya yang lebih efisien. Dengan demikian, manajer perlu untuk mempelajari dengan seksama akan cara-cara alokasi suatu produk dari beberapa tempat asal ke beberapa destinasi berbeda yang dapat meminimumkan biaya.

Meskipun kebutuhan dari setiap destinasi yang dituju sama, kapasitas dari destinasi yang menyediakan juga sama dan biaya pengangkutan setiap produk dari suatu tempat ke destinasi tujuan tidak diubah, apabila cara alokasinya diubah, maka total biaya angkut produk akan berbeda. Masalah transportasi merupakan salah satu topik pembahasan yang terkenal dalam bidang ilmu riset operasi. Hal ini dikarenakan penerapannya yang luas dalam kehidupan nyata di bidang bisnis. Masalah transportasi berkaitan dengan pencarian biaya minimum pengangkutan satu komoditas dari sejumlah sumber tertentu ke sejumlah tujuan tertentu. Karena hanya ada satu komoditas, suatu tujuan dapat menerima permintaan dari lebih dari satu sumber untuk menentukan berapa banyak yang harus dikirim dari masing-masing sumber ke setiap tujuan sehingga meminimalkan total biaya transportasi.

Masalah Transportasi merupakan masalah kombinatorial yang berkaitan dengan pengangkutan barang dari berbagai sumber ke berbagai tujuan dengan biaya minimum. Ketika sebuah perusahaan memiliki pabrik yang berbeda di tempat yang berbeda, dan memiliki lokasi yang berbeda untuk distribusi produk lebih lanjut, perusahaan akan menghadapi masalah. Hal ini karena jika kapasitas produksi pabrik berbeda maka tidak mungkin mengirimkan semua kebutuhan yang berbeda dari pabrik terdekat. Ketika ini terjadi, pertanyaan segera muncul tentang pengiriman produk mana yang paling ekonomis dari pabrik yang berbeda ke lokasi yang berbeda. Untuk mengatasi masalah seperti itu 'riset operasi' membantu, yang melibatkan teknik matematika yang disebut 'Model transportasi'.

Contohnya ketika manajer memiliki dua sumber produk (misalnya A dan B), akan dialokasikan ke dua destinasi berbeda (X dan Y). Produk sudah tersedia di A sebanyak 200 unit dan di B sebanyak 300 unit. Di lain sisi, kebutuhan produk di destinasi X adalah 250 unit dan di destinasi Y adalah 250 unit. Biaya pengangkutan setiap unit produk dari A ke X adalah Rp.35 dan ke Y sebesar Rp.20. Sedangkan dari sumber B ke destinasi X adalah Rp.21 dan ke destinasi Y adalah sebesar Rp.30.

Dengan demikian, alokasi pertama adalah:

- Dari A ke Y: 200 unit produk x Rp.20 = Rp.4.000
- Dari B ke Y: 50 unit produk x Rp.30 = Rp.1.500
- Dari B ke X: 250 unit x Rp.21 = Rp. 5.250

Jumlah = Rp.10.750

Sedangkan alokasi kedua adalah:

- Dari A ke X: 200 unit produk x Rp.35 = Rp.7.000
- Dari B ke X: 50 unit produk x Rp.21 = Rp.1.050
- Dari B ke Y: 250 unit produk x Rp.30 = Rp.7.500

Jumlah = Rp.15.550

Mengacu pada kedua cara alokasi tersebut di atas, maka dapat terlihat bahwa biaya yang timbul akan berbeda meskipun semua produk sudah dialokasikan dan semua destinasi yang membutuhkan telah terisi seluruhnya. Hal ini terjadi dikarenakan adanya perbedaan cara alokasi produk. Dengan demikian, penting untuk dipelajari metode transportasi yang dapat meminimumkan biaya tersebut. Metode stepping stone merupakan metode yang paling sederhana dalam metode transportasi.

5.2 Contoh Kasus Metode Stepping Stone

Metode stepping stone adalah sebuah langkah lanjutan untuk memperoleh solusi optimal, dengan mengubah alokasi produk secara *trial and error.* Meskipun demikian, tetap diperlukan terpenuhinya syarat utama, yakni dengan memperhatikan pengurangan biaya per unit yang lebih efisien. Berikut ini disampaikan contoh kasus dari transportasi dengan menggunakan metode stepping stone.

PT Dzita (nama fiktif) menjual produknya di tiga daerah penjualan yang berbeda, yakni kota A, Kota B dan Kota C. Perusahaan ini memiliki tiga buah pabrik yang memproduksi barang (produk) tersebut, tersebar di tiga lokasi berbeda yakni di kota X, kota Y dan kota Z. Kebutuhan produk di masing-masing daerah penjualan adalah: kota A sebesar 60 ton, kota B sebesar 40 ton, dan kota C sebesar 20 ton. Sedangkan kapasitas produksi dari setiap pabrik adalah: kota X sebesar 30 ton, kota Y sebesar 40 ton, dan kota Z sebesar 50 ton. Biaya pengangkutan produk setiap ton disajikan rinciannya pada Tabel 5.1.

Tabel Biaya pengangkutan produk per ton

Ke Dari	A	B	C
X	15	3	18
Y	17	8	30
Z	18	10	24

Untuk memecahkan masalah transportasi dengan menggunakan metode stepping stone, maka dilakukan langkah-langkah berikut.

1. Menyusun data ke dalam tabel

Hasil penyusunan disajikan pada tabel 5.2

Tabel Tabel awal

Ke Dari	A	B	C	Kapasitas
X	15	3	18	30
Y	17	8	30	40
Z	18	10	24	50
Kebutuhan	60	40	20	120

2. Mengisi tabel dengan teknik *north west corner*

Selanjutnya, isi dari sudut kiri atas, lalu sisanya diisi ke sebelah kanan atau bawah, sampai akhirnya mengisi sudut kanan bawah.

Tabel Pengisian tabel

Ke Dari	A	B	C	Kapasitas
X	15 30	3	18	30
Y	17 30	8 10	30	40
Z	18	10	24	50

		30	20	
Kebutuhan	60	40	20	120

Total biaya pengangkutan produk adalah: 30x15 + 30x17 + 10x8 + 30x10 + 20x24 = Rp.1.820. Dengan metode *stepping stone*, maka akan dicoba untuk lebih dioptimalkan.

3. Memperbaiki alokasi

Total biaya Rp.1.820 dapat dikurangi dengan cara mengubah alokasinya secara *trial and error.* Dapat dicoba mengisi kotak YC, maka akan melibatkan tiga kotak lainnya. Semisalnya untuk mengisi YC diambil dari kotak ZC, kotak YB harus dikurangi dan kotak ZB harus ditambah sebesar pengambilan itu.

Dari ZC ke YC = -24 + 30 = +6

<u>Dari YB ke ZB = -8 + 10 = +2</u>

Jumlah = +8

Perubahan ini akan meningkatkan biaya alokasi, maka jangan dilakukan. Selanjutnya, dicoba mengisi kotak XB dari kotak YB. Sebagai konsekuensinya, pindahkan isian dari kotak XA ke kotak YA, maka:

Dari YB ke XB = -8 + 3 = -5

<u>Dari XA ke YA = -15 + 17 = +2</u>

Jumlah = -3

Mengacu pada hasil percobaan tersebut, diketahui bahwa perpindahan yang terjadi mampu menghemat biaya. Maka dapat dilakukan pemindahan unit produk dalam jumlah lebih banyak, yakni sebesar isian terkecil dari dua kotak yang dikurangi. Diketahui kotak XA berisi 30 ton produk dan kotak YB berisi 10 ton produk. Dengan demikian, jumlah yang bisa dipindahkan adalah 10 ton produk.

Tabel Perubahan alokasi pada kotak XB

Ke Dari	A	B	C	Kapasitas
X	15 20	3 10	18	30
Y	17 40	8	30	40
Z	18	10 30	24 20	50
Kebutuhan	60	40	20	120

Ternyata saat ini diketahui jumlah biaya alokasinya menjadi lebih murah, yakni: 20x15 + 10x3 + 40x17 + 30x10 + 20x24 = Rp.1.790.

Meskipun telah memperoleh hasil yang lebih optimal, dapat dicoba dengan mengisi kotak ZA sebagai berikut:

Dari YA ke ZA = -17 + 18 = +1

Dari ZB ke YB = -10 + 8 = -2

Jumlah = -1

Perolehan hasil negatif ini mengindikasikan adanya penghematan biaya pengangkutan produk. Oleh karena itu, pindahkan 30 ton (isian terkecil antara kotak YA dan ZB), dengan hasil yang diperoleh disajikan pada Tabel 5.5 sebagai berikut.

Tabel Perubahan alokasi pada kotak KY

Ke Dari	A	B	C	Kapasitas
X	15 20	3 10	18	30
Y	17 10	8 30	30	40
Z	18 30	10	24 20	50
Kebutuhan	60	40	20	120

Ternyata saat ini diketahui jumlah biaya alokasinya menjadi lebih murah, yakni: 20x15 + 10x3 + 10x17 + 30x18 + 30x8 + 20x24 = Rp.1.760.

Demikian selanjutnya, perubahan dapat diteruskan hingga tercapai alokasi biaya terkecil atau yang paling efisien. Namun demikian, penggunaan metode ini relatif membutuhkan waktu. Hal ini disebabkan tidak ada petunjuk pasti atau bersifat coba-coba dalam memilih kotak mana yang sebaiknya diisi agar cepat selesai.

Terlepas dari kelemahan tersebut, metode ini relatif lebih sederhana dibandingkan metode transportasi lainnya dalam riset operasi. Melalui metode *stepping stone*, dapat diketahui bagaimana pengaruhnya pada biaya transportasi ketika satu unit ditugaskan ke sel kosong. Dengan menggunakan bantuan metode ini, telah dapat diketahui secara jelas apakah solusinya optimal atau tidak.

Sebagai penutup, dalam metode ini untuk memeriksa optimalitas solusi yang diperoleh, pebisnis dapat secara sembarang (*trial and error)* memilih salah satu sel kosong. Setelah itu, pebisnis dapat mengalokasikan unit ke unit itu, dan selanjutnya mengurangi dari sel lain dalam matriks, sehingga penawaran dan permintaan tetap seimbang. Dibandingkan dengan metode transportasi lainnya, metode *stepping stone* merupakan metode yang paling sederhana dalam metode transportasi.

BAB VI
METODE PENUGASAN

Masalah Penugasan (Assignment Problem) dalam Linear Programming dapat diselesaikan dengan menerapkan metode Hungarian yaitu Jumlah sumber – sumber yang ditugaskan (pada Baris) harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan (pada Kolom), misalnya sejumlah pegawai pada baris (Pegawai A, B, C, D,... m) menyelesaikan sejumlah tugas / pekerjaan yang tercantum pada kolom (Tugas /pekerjaan : I, II, III, IV, ... n). Selain itu, setiap sumber pegawai pada baris harus ditugaskan hanya untuk satu tugas pada kolom yaitu : tugas I, atau tugas II, atau III atau pun tugas IV.

6.1 Metode Hungarian

Jumlah sumber-sumber yang ditugaskan (pegawai A, B, C, ...m) = Jumlah tugas yg akan diselesaikan (pekerjaan 1, 2, 3, ...n) dimana : m = n tugas.

1. Fungsi Objective dalam Linier Programming :

$$\text{Minimumkan (Maksimumkan) : } Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}.X_{ij}$$

2. Fungsi Constrain (Pembatas) :

$$\Sigma\ Xij = \Sigma\ Xij = 1 \text{ dan } Xij \geq 0 \ [\ Xij = X^2ij\ ]$$

Dimana : Cij adalah konstante yang diketahui.

Tujuan Minimasi Biaya Pegawai [Baris nilai minimum dan Kolom Minimum]

Contoh Kasus Minimasi Biaya Tugas :

Perusahaan PT. Modal Dengkul memiliki 4 (empat) tugas : I, II, III, dan IV untuk dikerjakan oleh 4 pegawai A, B, C, dan D. Biaya tugas pegawai untuk masing-masing tugas kerja sbb:

Hitung Optimasi biaya tugas jika diketahui data biaya tugas (pekerjaan) pegawai seperti Tabel Matrix dibawah ini.

Tugas / Pegawai	I	II	III	IV
A	$ 15	$ 20	$ 18	$ 22
B	$ 14	$ 16	$ 21	$ 17
C	$ 25	$ 20	$ 23	$ 20
D	$ 17	$ 18	$ 18	$ 16

Solusi :

Dimulai dari baris A pada tabel I disoal pilih biaya nilai terkecil $ 15 sebagai pengurang tugas I (15 – 15 = 0),tugas II (20 – 15 = 5), dst untuk tugas III (18 – 15 = 3) dan tugas IV (22 – 15 = 7), lalu dilanjutkan dengan pegawai B (baris B) pilih nilai biaya terkecil $ 14 sebagai pengurang tugas I (14 – 14 = 0) tugas II (16 – 14 = 2), tugas III (21 – 14 = 7) dan tugas IV (17 – 14 = 3) dan kemudian untuk pegawai C (baris C) dan pegawai D (baris D) dihitung selisihnya sama dengan cara pada baris A dan B terhadap tugas I, II, III, dan IV seperti pada kolom tabel disoal. Hasil selisih nilai biaya ini data nya diplot kedalam tabel baru dibawah ini.

Tugas / Pegawai	I	II	III	IV
A	0	5	3	7
B	0	2	7	3
C	5	0	3	0
D	1	2	2	0

Ditinjau dari tabel 2 data hasil selisih biaya pegawai diatas tampak bahwa tugas pada kolom III data (3, 7, 3, 2) pilih nilai terkecil 2 sebagai pengurang dikolom III yaitu baris A, kolom III : (3 – 2 = 1), baris B, Kol. III : (7 – 2 = 5), baris C, Kolom III : (3 – 2 = 1), baris D, kolom III : (2 – 2 = 0), sehingga diperoleh tabel 3 yaitu tabel Total Opportunity – Cost Matrix dibawah ini.

Tugas / Pegawai	I	II	III	IV
A	0	5	1	7
B	0	2	5	3
C	5	0	1	0
D	1	2	0	0

Dari tabel 3 diatas tampak bahwa baik ditinjau dari baris A, B, C, dan D maupun dari kolom I, II, III, dan IV sudah terdapat angka nol (0) yang dapat dihubungkan dengan sebuah garis seperti pada tabel 4 : Test for Optimality dibawah ini .

Tugas / Pegawai	I	II	III	IV
A	0	5	1	7
B	0	2	5	3
C	5	0	1	0
D	1	2	0	0

Dari data pada tabel 4 diatas tampak bahwa data diluar garis penghubung adalah berada pada baris A (5, 1, 7) dan baris B (2, 5, 3) dengan nilai terkecil pada nilai angka 1 sebagai pengurang yaitu baris A kol II (5 – 1 = 4), baris A kol III (1-1 = 0), dan baris A, kol IV (7 – 1 = 6), sedangkan baris B, kolom II (2 – 1 = 1), baris B kol III (5 – 1 = 4), dan baris B kol IV (3 – 1 = 2). Data hasil reduksi ini diplot kedalam tabel dengan garis penghubung bertambah satu sehingga jumlah garis menjadi 4 buah seperti tabel dibawah ini.

Tugas / Pegawai	I	II	III	IV
A	0	4	0X	6
B	0X	1	4	2
C	5	0X	1	0
D	1	2	0	0X

Dari tabel 5 diatas tampak bahwa jumlah garis penghubung (0 – 0) sudah berjumlah 4 garis sama dengan jumlah baris (pegawai) dan jumlah kolom (tugas) yang berarti pula tabel 5 sudah optimal, sehingga pembagian tugas pegawai A, B, C, dan D dapat direalisasikan seperti pada Tabel baru Daftar Biaya tugas dan Pegawai dengan tugas nya masing-masing seperti pada tabel berikut ini.

Skedul Penugasan	Honor
A – III	$ 18
B – I	$ 14
C – II	$ 20
D – IV	$ 16 +
Total Biaya	$ 68

Assignment : Pegawai A mengerjakan tugas III, B – I, C – II, dan D – I

Metode Penugasan adalah suatu model transportasi yang penawaran dari tiap sumber dan permintaan dari tiap tempat tujuannya adalah satu. Metode penugasan sering disebut sebagai jenis khusus dari model pemrograman linear, bertujuan untuk mengoptimalkan hasil yang akan dicapai, baik untuk meminimalkan biaya total atau waktu yang diperlukan untuk mengerjakan beberapa tugas, maupun untuk memaksimalkan hasil, misalnya hasil produksi dan keuntungan.

6.2 Masalah Minimasi

Metode yang berhubungan dengan penempatan para karyawan pada bidang yang tersedia agar biaya yang ditanggung dapat diminimumkan, atau waktu/jarak minimum.

Contoh :

Suatu perusahaan mempunyai 4 (empat) jenis pekerjaan yang berbeda untuk diselesaikan oleh 4 (empat) orang karyawan. Setiap orang mendapat pekerjaan yang berbeda. Biaya yang dikeluarkan untuk setiap jenis tugas oleh masing-masing karyawan ditunjukkan oleh Tabel di bawah ini:

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	15	14	18	17
II	21	16	18	22
III	21	21	24	19
IV	22	18	20	16

Bagaimanakah Perusahaan mengatur tugas ke-4 (empat) karyawan sehingga biaya total untuk keseluruhan pekerjaan minimum?

Langkah-langkah penyelesaian:

1. Menyusun total opportunity cost table, dengan cara: mengurangi nilai pada setiap baris dengan nilai yang terkecil pada baris tersebut.

TIM	KARYAWAN				
	A	B	C	D	
I	15	14	18	17	- 14
II	21	16	18	22	- 16
III	21	21	24	19	- 19
IV	22	18	20	16	- 16

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	1	0	4	3
II	5	0	2	6
III	2	2	5	0
IV	6	2	4	0

2. Lakukan pengurangan kolom dengan cara: mengurangi nilai pada setiap kolom dengan nilai yang terkecil pada kolom tersebut.

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	1	0	4	3
II	5	0	2	6
III	2	2	5	0
IV	6	2	4	0

-1 -0 -2 -0

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	0	0	2	3
II	4	0	0	6
III	1	2	3	0
IV	5	2	2	0

3. Tutup semua angka nol, dengan menarik garis horizontal dan vertikal, dengan jumlah garis yang paling efisien.

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	0	0	2	3
II	4	0	0	6
III	1	2	3	0
IV	5	2	2	0

Jumlah garis (3) tidak sama dengan jumlah baris/kolom (4).

4. Jika jumlah garis tersebut lebih kecil dari jumlah baris/kolom pada tabel, maka penugasan optimum belum dapat ditemukan. Maka;
   - Kurangi semua angka yang tidak tertutup garis dengan angka terkecil yang tidak tertutup.

- Tambahkan angka terkecil itu pada angka yang menepati posisi silang.
- Angka yang tertutup garis adalah TETAP.

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	0	0	2	4
II	4	0	0	7
III	0	1	2	0
IV	4	1	1	0

Jumlah garis (4) = jumlah baris/kolom (4).

5. Penugasan sudah optimum apabila jumlah garis = jumlah baris/kolom
6. Jika penugasan sudah optimum, beri tanda segi empat pada nilai 0 pada masing-masing baris/kolom.

TIM	KARYAWAN			
	A	B	C	D
I	0	$\boxed{0}$	2	4
II	4	0	$\boxed{0}$	7
III	$\boxed{0}$	1	2	0
IV	4	1	1	$\boxed{0}$

Kesimpulan dari penugasan ini sebagai berikut: (Lihat kembali pada tabel soal):

Pekerjaan	Karyawan	Biaya
I	B	14
II	C	18
III	A	21
IV	D	16
Jumlah		**69**

6.3 Masalah Maksimasi

Model yang berhubungan dengan penugasan optimal dari bermacam-macam sumber yang produktif atau personalia, yang mempunyai tingkat efisiensi yang berbeda untuk tugas berbeda pula dengan tujuan tercapai hasil yang optimal. Dalam metode penugasan baik masalah maksimasi maupun minimasi penawaran dari tiap sumber dan permintaan dari tempat tujuan adalah satu.

Contoh :

Manajer pemasaran sebuah perusahaan, sedang mempelajari laporan penjualan dan mengevaluasi ke-5 (lima) tenaga penjualan. Setiap tenaga penjualan ditugaskan ke salah satu wilayah pemasaran selama tiga bulan mendatang. Masing-masing wilayah pemasaran mempunyai potensi penjualan sebagai berikut :

Wilayah utara	Rp. 100.000.000
Wilayah selatan	Rp. 80.000.000
Wilayah barat	Rp. 60.000.000
Wilayah timur	Rp. 45.000.000
Wilayah tengah	Rp. 40.000.000

Tabel berikut ini memperlihatkan probabilitas pencapaian potensi penjualan oleh masing-masing tenaga penjualan:

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	0,10	0,20	0,40	0,40	0,30
B	0,15	0,30	0,80	0,20	0,50
C	0,20	0,25	0,85	0,30	0,60
D	0,15	0,30	0,50	0,40	0,70
E	0,30	0,50	0,60	0,70	0,45

Bagaimanakah manajer pemasaran mengatur tugas kelima tenaga penjualan agar diperoleh pencapaian potensi penjualan semaksimum mungkin?

Jawab: (dalam juta)

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	10	16	24	18	12
B	15	24	48	9	20
C	20	20	51	13,5	24
D	15	24	30	18	28
E	30	40	36	31,5	18

Langkah-langkah penyelesaian :

1. Ambil nilai yang tertinggi pada Tabel dikurangi dengan nilai yang lain. Lakukan pengurangan kolom dengan cara: mengurangi nilai pada setiap kolom dengan nilai yang terkecil pada kolom tersebut. Kolom nilai tertinggi TETAP.

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	10	16	24	18	12
B	15	24	48	9	20
C	20	20	$\boxed{51}$	13,5	24
D	15	24	30	18	28
E	30	40	36	31,5	18

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	41	35	27	33	39
B	36	27	3	42	31
C	31	31	0	37,5	27
D	36	27	21	33	23
E	21	11	15	19,5	33
	-21	-11	tetap	-19,5	-23

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	20	24	27	13,5	16
B	15	16	3	22,5	8
C	10	20	0	18	4
D	15	16	21	13,5	0
E	210	0	15	0	10

2. Lakukan pengurangan baris dengan cara: mengurangi nilai pada setiap baris dengan nilai yang terkecil pada baris tersebut. Baris nilai tertinggi TETAP.

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran					
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah	
A	20	24	27	13,5	16	-13,5
B	15	16	3	22,5	8	- 3
C	10	20	0	18	4	- 0
D	15	16	21	13,5	0	- 0
E	210	0	15	0	10	- 0

3. Untuk langkah selanjutnya sama dengan minimasi.

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	~~6,5~~	~~10,5~~	~~13,5~~	~~0~~	~~2,5~~
B	12	13	0	19,5	5
C	10	20	0	18	4
D	15	16	21	13,5	0
E	~~0~~	~~0~~	~~15~~	~~0~~	~~10~~

Jumlah garis (4) tidak sama dengan jumlah baris/kolom (5).

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran				
	Utara	Selatan	Barat	Timur	Tengah
A	6,5	10,5	23,5	$\boxed{0}$	12,5
B	2	3	$\boxed{0}$	9,5	5
C	$\boxed{0}$	10	0	8	4
D	5	6	21	3,5	$\boxed{0}$
E	0	$\boxed{0}$	25	0	20

Kesimpulan dari penugasan ini sebagai berikut:

(Lihat kembali pada Tabel soal):

Tenaga Penjual	Wilayah Pemasaran	Penjualan
A	Timur	18 juta
B	Barat	48 juta
C	Utara	20 juta
D	Tengah	28 juta
E	Selatan	40 juta
Jumlah		154 juta

BAB VII
ANALISIS JARINGAN KERJA SERTA CPM DAN PERT

CPM dan PERT pada dasarnya serupa, bedanya CPM adalah teknik deterministik sedangkan PERT bersifat probabilistik. Karena itu, keduanya sering dituliskan dengan CPM/PERT. Karena teori jaringan kerja merupakan teknik analisis yang dapat membantu manajemen projek untuk melaksanakan tugas guna membuat perencanaan, mengatur jadual pelaksanaan, melakukan pengawasan, dan pengambilan keputusan terhadap projek yang sedang berjalan atau projek yang sama sekali baru.

Suatu projek pada hakekatnya adalah sejumlah kegiatan yang dirangkaikan satu dengan yang lain maupun tidak. Dalam hal inilah, teori jaringan kerja dapat mengatur rangkaian dari kegiatan-kegiatan tersebut sehingga benar-benar dapat dilaksanakan secara efisien dan efektif

7.1 Diagram Jaringan Kerja

Diagram jaringan kerja mempunyai dua peranana, pertama sebagai alat perencanaan projek dan sebagai ilustrasi secara grafik dari kegiatankegiatan suatu projek. Di samping itu dipakai dalam analisis proyek dari segi waktu, model jaringan telah diterapkan secara luas dalam bidang manajemen karena model ini, yang berupa rangkaian jalur-jalur atau garis-garis yang dihubungkan pada beberapa titik, mudah dibentuk dan ditafsirkan (komunikatif).

Masalah-masalah yang dapat disederhanakan dalam model jaringan, antara lain: masalah jalan pintas, masalah rentang cabang terpendek danmasalah arus terbanyak. Masalah jalan pintas berhubungan dengan penemuan jarak terpendek dari suatu tempat asal ke tempat tujuan dari jalur alternatif yang tersedia. Tujuan analisis ini tidak selalu meminimumkan jarak, tetapi kadang-kadang berubah menjadi meminimumkan waktu tempuh atau biaya perjalanan.

Masalah rentang cabang terpendek berhubungan dengan penemuan jalur-jalur yang menghubungkan semua titik dalam jaringan agar jumlah panjang seluruh jalur terkecil.

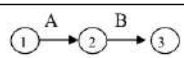
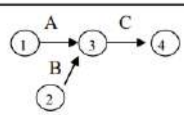
Masalah arus maksimum berhubungan dengan alokasi arus pada jalurjalur dalam jaringan yang memiliki kapasitas terbatas dari tempat asal ke tempat tujuan agar jumlah arus yang mengalir maksimum.

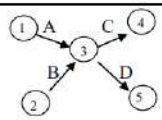
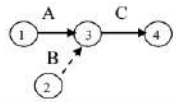
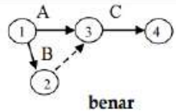
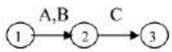
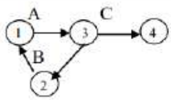
Simbol	Arti	Keterangan
——→	Anak Panah	Menyatakan kegiatan dengan membutuhkan durasi dan sumber daya. Pangkal dan ujung anak panah menyatakan kegiatan mulai dan akhir. Pada umumnya kegiatan diberi kode huruf besar A, B, dan sebagainya.
○	Lingkaran kecil atau node	Menyatakan suatu kejadian atau peristiwa. Umumnya kejadian diberik kode dengan angka 1, 2, 3, dan sebagainya.
- - - - - - →	Anak panah terputus-putus	Menyatakan kegiatan semu atau "dummy".

Simbol dan Arti Diagram Jaringan

Ketentuan penyusunan jaringan kerja

Contoh :

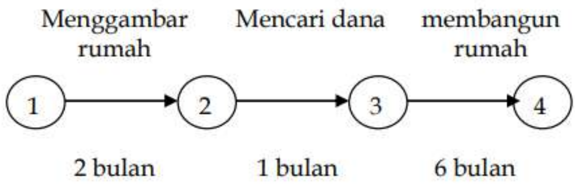
	Kegiatan B hanya dapat dimulai setelah kegiatan A selesai.
	Kegiatan C hanya dapat dimulai setelah kejadian A dan B selesai. Kegiatan A dan B boleh berlangsung bersama-sama; kegiatan A dan B berakhir pada kejadian yang sama.

	Kegiatan C dan D dapat dimulai setelah kegiatan A dan B berakhir, dan selesai pada kejadian yang berbeda.
	Dalam diagram ini terdapat dua kejadian yang saling bergantungan tanpa dihubungkan dengan kegiatan tapi dengan dummy.
 **benar**  **salah**	Bila dua kejadian yang dimulai pada kejadian yang sama dan berakhir pada kejadian yang sama pula, maka kegiatan tersebut tidak boleh berimpit.
	Dalam suatu jaringan kerja tidak boleh terjadi suatu loop.
Nomor kejadian terkecil adalah nomor kejadian awal dan nomor kejadian terbesar adalah nomor kejadian akhir.	

7.2 Model Jaringan Cpm/Pert

Model jaringan CPM/PERT tersusun atas dua komponen utama, yaitu titik-titik (nokta/lingkaran) dan garis-garis (cabang/anak panah). Garis menunjukan jenis kegiatan dari suatu proyek, sementara titik menunjukan awal atau akhir suatu kegiatan, atau biasa dinamakan events.

Dalam analisis CPM/PERT, sutu lingkaran tertentu dikatakan terealisasi jika semua keiatan yang berakhir pada lingkaran itu telah dirampungkan. Sebagai contoh, lingkaran 2 akan terealisasi pada akhir bulan ke-2 (setelah dua bulan). Pada waktu itu, pencarian dana dapat dimulai. Pembangunan rumah dapat dimulai setelah bulan ke-3 berakhir. Pada kasus ini pembangunan rumah dapat dirampungkan paling cepat pada akhir bulan ke-9.



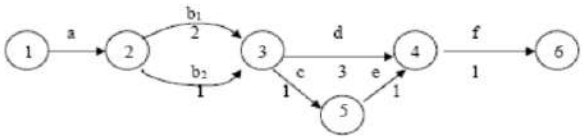
Jaringan Pembangunan Rumah dan Waktu Kegiatan

Ada suatu aturan dalam membuat model jaringan CPM/PERT, yaitu dua atau lebih kegiatan tak dapat secara serentak berawal dan berakhir pada lingkaran yang sama. Sebagai contoh perhatikan suatiu proyek yang dijadualkan seperti pada tabel.

Kegiatan	Pendahulu	Waktu
Menggambar dan cari dana (a)	-	3 bulan
Peletakan pondasi (b_1)	a	2 bulan
Pemasanan bahan (b_2)	a	1 bulan
Memilih cat (c)	b_1, b_2	1 bulan
Membangun rumah (d)	b_1, b_2	3 bulan
Memilih karpet (e)	c	1 bulan
Penyeleseian (f)	d, e	1 bulan

Kegiatan dalam Perencanaan Membangun Rumah

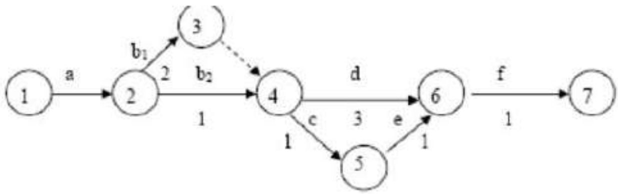
Model jaringan yang ditunjukan pada Gambar 10.3 adalah salah karena menyimpang dari aturan. Kesalahannya adalah bahwa b1 dan b2 muncul dari lingkaran a dan juga berakhir pada lingkaran yang sama, yaitu lingkaran 3.



Jaringan Pembangunan Rumah dan Waktu Kegiatan Yang Salah

Masalah ini diseleseikan dengan memperkenalkan suatu aktivitas *dummy*. Suatu aktivitas *dummy* digambarkan dengan anak panah terputus dan disisipkan pada jaringan itu untuk menunjukan suatu *precendede relationship.*

Suatu aktivitas dummy tidak memakan waktu, jadi waktu kegiatan sama dengan nol. Dengan demikian, model jaringan yang benar dari proyek yang penjadwalannya disajikan pada tabel, ditunjukkan oleh gambar.



Jaringan Dengan Aktivitas Dummy

7.2.1. *Critical Path* (Lintasan Kritis)

Telah disebutkan bahwa sasaran utama analisis CPM/PERT adalah menentukan waktu terpendek yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu proyek atau menentukan waktu yang diperlukan untuk suatu jalur kritis, yaitu jalur waktu terlama.

Untuk menjelaskan lintasan kritis lihat lagi model jaringan terakhir. Jaringan tersebut memiliki 4 pilihan jalur, sebut saja A,B,C dan D, seperti disajikan pada tabel (waktu kegiatan diletakan di atas anak panah).

Jalur	Events (titik awal/akhir)	Panjang jalur waktu
A	$1 \xrightarrow{3} 2 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{0} 4 \xrightarrow{3} 6 \xrightarrow{1} 7$	9 bulan
B	$1 \xrightarrow{3} 2 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{0} 4 \xrightarrow{1} 5 \xrightarrow{1} 6 \xrightarrow{1} 7$	8 bulan
C	$1 \xrightarrow{3} 2 \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{3} 6 \xrightarrow{1} 7$	8 bulan
D	$1 \xrightarrow{3} 2 \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{1} 5 \xrightarrow{1} 6 \xrightarrow{1} 7$	7 bulan

Seluruh Jalur yang mungkin dari Suatu Jaringan

Dengan menjumlahkan seluruh waktu kegiatan pada setiap jalur diperoleh panjang jalur waktu

Jalur A merupakan jalur waktu terlama, yaitu 9 bulan, maka jalur A merupakan critical path, sehingga waktu tersingkat untuk merampungkan proyek ini adalah 9 bulan.

7.2.2. Penjadwalan Kegiatan Atau Events

Analisis CPM/PERT juga bertujuan menentukan jadwal kegiatan/events yang menerangkan kapan kegiatan ini dimulai dan berakhir. Penjadwalan itu juga dapat digunakan untuk menentukan lintasan kritis (sekaligus waktu minimum yang diperlukan untuk menyelsesaikan proyek) dan kegiatan apa yang dapat ditunda dan berapa lama.

Contoh Kita lihat lagi jaringan CPM/PERT pembangunan rumah yang terakhir. Lingkaran 4 tak dapat direalisasikan sebelum semua kegiatan yang mendahuluinya diselesaikan. Jadi waktu tercepat merealisasikan lngkaran 4 adalah 5 bulan. Waktu ini dinamakan waktu tercepat, earliest time, diberi simbol ET4=5. Penetuan earlist time dilakukan dengan melintasi jaringan ke arah minimum yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek.

Secara umum, earliset time setiap lingkaran j dirumuskan sebagai berikut:

ETj = maks {ET1+tij}.

Dimana i adalah nomor lingkaran awal dari semua kegiatan yang berakhir ada lingkaran j dan tij adalah waktu kegiatan i → j.

Sebagai contoh, ET6 dihitung sebagi berikut:

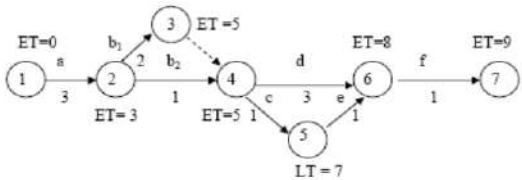
ET6 = maks {ET5 + t56 , ET4 + t46}

= maks { 6 + 1 , 5 + 3}

= maks { 7 , 8}

= 8 bulan

ET semua lingkaran pada kasus yang dipelajari ditunjukkan pada gambar.



Jaringan Dengan ET

Langkah berikutnya untuk menentukan lintasan kritis adalah menghitung latest time, diberi simbol LT. Latest time suatu lingkaran adalah waktu terakhir (paling lambat) suatu lingkaran dapat direalisasikan tanpa menunda waktu penyelesaian proyek, dalam pengertian waktu minimum.

Untuk kasus yang dipelajari, karena waktu minimumnya adalah 9 bulan, maka latest time pada lingkaran 7 adalah 9 bulan. Latest time ditentukan dengan melintasi jaringan ke arah belakang. Secara umum, perhitungan latest time lingkaran i dirumuskan sebagai berikut:

LY1 = min {LTj - tij}

dimana j adalah lingkaran akhir dari semua kegiatan yang berawal pada lingkaran i

Contoh :

LT6 = mion {LT7 – t67} = min {9-1} = 8 bulan

LT5 = min {LT6 – t56} = min {8-1} = 7 bulan

LT4 = min {LT6 – t46 , LT5 – t45}

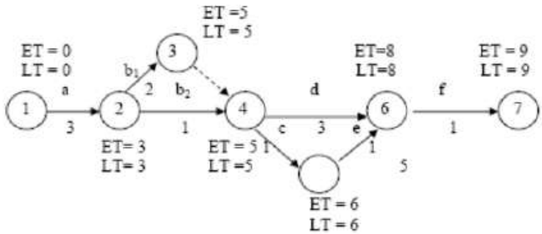
= min {8 - 3 , 7 - 1}

= min 5 bulan

semua lingkaran pada kasdusau yang dipelajari disajikan pada Gambar

Pada lintasan kritis (1→2→3→4→5→6→7), ET = LT. Artinya kegiatan-kegiatan kritis ini harus dimulai tepat waktu minimum, yaitu 9 bulan.

Ini berarti selain memilih jalur waktu terpanjang dari seluruh jalur yang mungkin dari suatu jaringan, lintasan kritis dapat ditentukan dengan memeriksa di mana lingkaran-lingkaran yang memiliki ET = LT. Pada Gambar lingkaran 1,2,3,4,6 dan 7 semuanya memiliiki ET = LT, jadi mereka berada pada *critical path.*



Jaringan Dengan ET Dan LT, Anak Panah Tebal Menunjukkan

Penentuan critical path dengan cara terakhir dapat menemui kesulitan. Contohnya, bagaimana mengetahui bahwa critical path-nya bukan 1→2→4→6→7, dimana semua lingkarannya juga memiliki ET=LT.

Untuk mengatasi masalah ini ada cara untuk menentukan mana yang merupakan kegiatan kritis. Cara ini menggunakan konsep yang dinamakan slack kegiatan , yaitu waktu di mana suatu kegiatan dapat ditunda tampa mempengaruhi penyeleseian proyek dengan waktu minimum. Slack kegaiatn 1 → j, diberi simbol sij, dihitung seperti berikut:

Sij = LT j – ETi – tij

Contoh :

S12 = LT2 – ET1 – t12 = 3 – 0 – 3 = 0

S23 = LT3 – ET2 – t23 = 5 – 3 – 2 = 0

S34 = LT4 – ET3 – t34 = 5 – 5 – 0 = 0

S46 = LT6 – ET4 – t46 = 8 – 5 – 3 = 0

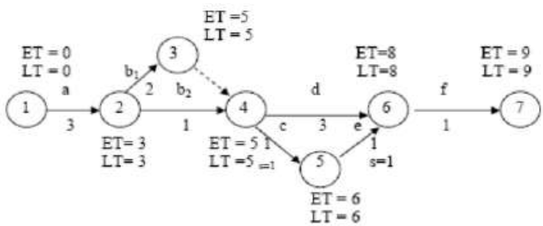
S67 = LT7 – ET6 – t67 = 9 – 8 – 1 = 0

S24 = LT4 – ET2 – t24 = 5 – 3 – 1 = 1

Slack untuk seluruh kegiatan ditunjukan pada gambar 10.7. terlihat bahwa S24=1 artinya kegiatan 2→4 dapat tertunda 1 bulan, tanpa memperlambat penyelesaian proyek.

Semua kegiatan-kegiatan yang slacknya adalah nol berarti kegiatan-kegiatan itu tidak dapat ditunda jika proyek ingin diselesaiakan dengan waktu minimum.

Gambar berikut menunjukan bahwa semua kegiatan kritis memiliki slack tidak sama dengan nol. Sementara semua kegiatan lainnya memiliki *slack* tidak sama dengan nol. Kesimpulannya, *critical path* akan meliputi seluruh kegiatan dengan *slack* sama dengan nol.



Jaringan Dengan Slack, Anak Panah Tebal Menunjukkan

Gambar diatas menunjukan bahwa S45 dan S56 adalah 1 bulan. Ini artinya, yang dapat ditunda hanya salah satu kegiatan, yaitu 1 bulan, tetapi bukan kedua kegiatan masing-masing 1 bulan. Slack untuk kedua kegiatan ini dinamakan *shared slack*, artinya dua kegiatan berurut 4→5 dan 5→6 dapat tertunda 1 bulan tanpa memperlambat penyelesaian proyek.

7.3 PERT

Sampai saat ini, waktu kegiatan ini diasumsikan diketahui dengan pasti, sehingga merupakan suatu nilai tunggal atau model jaringan CPM yang merupakan model deterministik.

Dalam prakteknya, waktu kegiatan demikian jarang ditemui. Pada umumnya, projek yang disederhanakan dalam jaringan bersifat khas, karena itu sering tidak memiliki dasar yang kuat untuk memastikan waktu kegiatan-kegiatan yang terlibat.

Jika kasusnya waktu kegiatan merupakan variabel acak yang memiliki distribusi probabilitas, maka digunakan PERT sebagai pengganti CPM. PERT mengasumsikan bahwa penyelesaian kegiatan mengikuti distribusi beta, dengan rata-rata (tij) dan varian (vij) seperti berikut:

$$\overline{t_{ij}} = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$V_{ij} = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2$$

Dimana

t = taksiran ekspektasi waktu (waktu yang diharapkan) akan terjadi

a = taksiran waktu yang optimistik

b = taksiran waktu yang pesimistik

m = taksiran waktu yang kebanyakan terjadi (modus)

PERT juga mengasumsikan bahwa waktu kegiatan adalah independen secara statistik, sehingga rata-rata dan variansi waktu-waktu kegiatan itu dapat dijumlahkan untuk menghasilan rata-rata dan varians waktu penyelesaian projek.

PERT lebih jauh menasumsikan bahwa terdapat cukup banyak yang terlibat dalam proyek sehingga rata-rata dan varians waktu penyelesaian proyek, sesuai dengan central limit theorem, mengikuti distribusi normal.

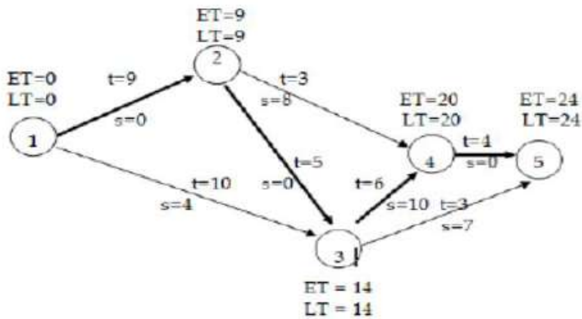
Contoh

Tabel berikut merupakan perkiraan waktu kegiatan yang terlibat dalam pembangunan rumah berikut rata-

rata dan variansinya. ET dan LT setiap lingkaran serta slack kegiatan ditunjukkan pada gambar Dengan mengamati gambar terlihat bahwa critical path meliputi kegiatan yang memiliki slack sama dengan nol yaitu 1→2→3→4→5 (anak panah tebal).

Kegiatan	Perkiraan waktu (minggu) a	m	b	parameter distribusi beta t_{ij}	v_{ij}
1→2	5	8	17	9	4
1→3	7	10	13	10	1
2→3	3	5	7	5	4/9
2→4	1	3	5	3	4/9
3→4	4	6	8	6	4/9
3→5	3	3	3	3	0
4→5	3	4	5	4	1/9

Perkiraan Waktu Kegiatan Dari Gambar



Jaringan Dengan ET, Dan LT dan Slack

Telah disebutkan bahwa waktu projek (tp) mengikuti distribusi normal yang rata-ratanya μ, adalah jumlah rata-rata waktu kegiatan kritis, sehingga

$$
\begin{aligned}
\mu &= t12 + t23 + t24 + t25 \\
&= 9 + 5 + 6 + 4 \\
&= 24 \text{ minggu}
\end{aligned}
$$

Dan variansya, σ2, adalah jumlah varians waktu kegiatan kritis, sehingga

σ2 = v12+v23+v34+v45

= 4+4/9+4/9+1/9

= 5 minggu

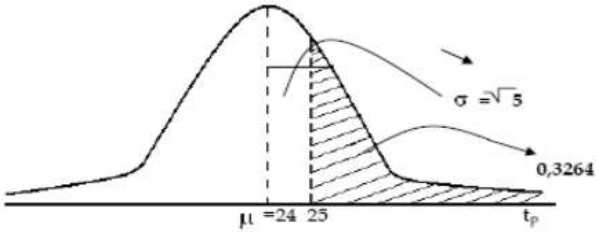
Dengan asumsi waktu projek mengikuti distribusi normal dan nilai-nilai parameternya diketahui, maka dengan bantuan kurva normal standaed dapat dibuat pernyataan probabilitas tentang waktu penyelesaian proyek melebihi 25 minggu, developer akan dikenakan denda sebagai berikut.

$$P(t_p \geq 25) = PZ \geq \frac{25 - \mu}{\sqrt{\sigma^2}}$$

$$P(t_p \geq 25) = PZ \geq \frac{25 - 24}{\sqrt{5}}$$

$$P(t_p \geq 25) = P(Z \geq 0{,}4472)$$
$$P(t_p \geq 25) = 0{,}5 - 0{,}1736$$
$$P(t_p \geq 25) = 0{,}3264$$

Jadi peluang proyek dirampungkan sebelum 25 minggu adalah 0,6736 (=1-0,3264) atau peluang developer tidak mampu menyelesaikan dalam 25 minggu sehingga harus membayar denda adalah 0,3264 seperti ditunjukan pada gambar berikut.



Probabilitas Proyek selesai lebih dari 25 minggu

BAB VIII
METODE ANTRIAN

8.1 Pengertian Teori Antrian

Teori antrean merupakan sebuah teori analisis keefektifan sistem yang dikenalkan oleh A.K. Erlang, seorang ahli teknik berkebangsaan Denmark. A.K. Erlang berusaha mengukur kemampuan sebuah fasilitas servis untuk memberikan pelayanan yang sebaik-baiknya kepada pelanggannya. A.K. Erlang adalah seorang teknisi yang bekerja pada Kantor Telepon Denmark dengan tugas untuk melakukan penyambungan permintaan pembicaraan lokal dan interiokal (waktu itu belum dikenal telepon otomat dan SLJJ) ia mendapati kenyataan bahwa permintaan sambungan lokal dan interlokal yang tiba pada saat yang sama terkadang sebagian harus antre menunggu giliran. Hal tu terjadi karena fasiltas penyambungan sibuk. Pada saat yang lain, permintaan sambungan lokal dan interlokal kurang sehingga fasilitas menganggur.

Derdasarkan fenomena di atas maka AK. Erlang melakukan suatu studi untuk melakukan modifikasi sistem untuk mengefektifkan pemakaian sistem pelayanan. Studi dimaksudkan untuk mencari solusi, yakni bagaimana melayani permintaan sambungan lokal dan interlokal secapatnya. Pada akhirnya, hal tersebut akan meningkatkan kepuasan setiap pelanggan yang tiba meminta pelayanan.

Teori yang dikenalkan itu kemudian disebut sebagai teori antrean (*waiting line theory*). Model antrean ini berguna untuk mengukur keefektifan sistem secara cepat dan secara garis besar dengan melihat beberapa indikator pelayanan yang penting, yaitu estimasi tentang berikut ini.

1. Berapa pelanggan yang antre menunggu pelayanan dalam waktu tertentu.
2. Berapa pelanggan yang ada dalam sistem, yaitu yang sedang dilayani dan sedang antre menunggu giliran pelayanan.
3. Berapa lama pelanggan harus menunggu dalam antrean, sebelum tiba giliannya untuk menerima pelayanan.
4. Berapa lama pelanggan harus berada dalam sistem, yaitu waktu untuk menerima pelayanan dan waktu untuk menunggu dalam antrean sebelum menerima pelayanan.
5. Berapa besar utilisasi sistem pelayanan.

6. Berapa besar peluang sistem tersebut untuk menganggur.

Ada tiga komponen pokok yang ada dalam sebuah antrean, yaitu: (1) populasinya, (2) sistem antrean, dan (3) kapasitas fasilitas servis. Populasi dalam hal ini merupakan sumber dari entitas yang datang meminta layanan, seperti pelanggan di loket layanan, mobil di sebuah SPBU, pesawat udara yang akan landing atau take-off, dan sebagainya. Dalam populasi ini terkait karakteristik entitas, seperti pola kedatangan, apakah terjadwal atau datang secara acak. Kapasitas sistem apakah tidak terbatas (*infinite*) atau terbatas.(*finite*). serta perilaku antrean. Perilaku entitas ini dapat berupa: (1) sabar antre menunggu giliran, (2) tidak sabar dan meninggalkan antrean jika merasa sudah lama antre, dan (3) memakai joki, meminta seorang teman untuk antre dan memberi kabar jika gilirannya sudah tiba. Semua perilaku itu akan memengaruhi efektivitas pelayanan.

Sistem antrean dapat berupa: (1) panjangnya tidak terbatas, seperti misalnya antrean yang terbentuk dalam layanan Bantuan Langsung Tunai (BLT) pada penduduk prasejahtera, dan (2) panjangnya terbatas, seperti pada antrean pada umumnya.

Kapasitas dari fasilitas, karakteristiknya dapat berupa: (1) dari aspek struktur dapat berupa single atau multiple channel, (2) kecepatan pemberian layanan, dapat bersifat konstan (memakai fasiitas otomatis) dan dapat pula bersifat acak (menggunakan tenaga manusia), dan (3) disiplin antrean, dapat bersifat FCFS (*First Come, First Service*) atau FIFO (*First In, First Out*), atau sembarang (*random*).

8.2 Tipe Sumber Populasi

Sumber populasi merupakan asal dari mana objek yang akan dilayani berasal. Sumber dimaksud dibedakan atas *infinite source model* (model dengan sumber populasi tidak yang terhingga), serta *finite source model* (model dengan sumber populasi yang terhingga), berikut penjabarannya.

8.2.1. Infinite Source Model

Tipe ini merupakan model sumber unit analisis antrean dengan objek yang datang meminta pelayanan pada fasiitas servis jumlahnya tidak tentu (bersifat acak). Misainya, kendaraan bermotor yang akan tiba di sebuah Stasiun Pengisian Bensin Umum (SPBU), tidak dapat dipastikan asalnya dan tidak dapat dipastikan jumlahnya. Ada kemungkinan seseorang yang mengisi bensin di SPBU X hari ini, berasal dari luar daerah (kota lain). Pada esok harinya, yang bersangkutan mengisi bensin di SPBU Y, Z. dan seterusnya yang berada di kota yang sama atau kota yang lain.

Demikian pula pelanggan sebuah restoran, swalayan, departement store, bengkel kendaraan bermotor, dan sebagainys merupakan sistem yang sumber populasinya bersifat tidak terhingga. Kedatangan mereka ke sistem untuk meminta pelayanan bersifat tidak tentu (random). Objek akan tiba dengan jadwal yang ditentukan. Oleh Karena tu, terdapat kemungkinan pada jam tertentu tidak ada, dan pada jam yang lain pelanggan berdatangan dengan jumlah yang banyak. Gejala kedatangan yang bersifat acak ini menjadi penyebab terjadinya antrean pada fasilitas servis.

Ada beberapa postulat yang dipakai pada model ini, yaitu sebagai berikut.

a) Pelanggan yang tiba memiliki Distribusi Poisson, maksudnya terdapat kecenderungan (probabilita) jumiah objek yang tiba pada jumiah yang lebih besar daripada tingkat rata-rata kedatangan adalah lebih kecil Sedangkan kecenderungan (probabilita) jumiah objek yang tiba dengan jumiah yang lebih kecil dari pada tingkat rata-rata kedatangan adalah lebih besar.

b) Kemampuan melayani memiliki distribusi eksponensial negatif. maksudnya waktu pelayanan kepada pelanggan lebih singkat daripada waktu pelayanan rata-rata, memiliki probabilita yang lebih besar untuk terjadi. Sedangkan untuk lebih lama daripada waktu pelayanan rata- rata memiiki probabilita yang lebih kecil. Dengan demikian, kemampuan melayani lebih banyak dari tingkat kemampuan rata-ata adalah lebih besar, dan untuk melayani lebih sedikit memiliki peluang yang lebih kecil.

c) Pelayanan pelanggan di fasilitas servis mengikuti disiplin: Datang Pertama, Dilayani Pertama, *First Come*, *First Service.*

d) Pada sistem dengan model Single Channel, Single Phase tingkat mampu Iayani (μ) lebih besar dari tingkat rata-

rata kedatangan (Λ) pelanggan. Pada sistem yang Multi Channel, Single Phase, jumlah saluran pelayanan (M) lebih besar dari service-rate (r) atau My > Λ.

8.2.2. Finite source model

Tipe ini merupakan model dengan sumber unit analisis antrean (objek) yang datang meminta pelayanan pada fasiitas servis adalah tertentu atau terdefinisi jumlahnya. Misalnya, pegawai sebuah kantor berjumlah 125 orang maka pegawai yang datang meminta layanan di Departemen SOM berupa naik pangkat atau kenaikan gaji berkala adalah 125 orang. Mungkin saja mereka datang beberapa orang sekaligus atau datang secara bergilran. Hal yang penting sumber dan populasinya diketahui dengan pasti.

Demikian pula mahasiswa dan sebuah perguruan tinggi yang datang meminta layanan akademik di Biro Administrasi Akademik atau di kantor program studi jumlahnya diketahui, yaitu sama dengan jumiah mahasiswa yang terdaftar di program studi yang bersangkutan. Demikian juga pesawat terbang yang datang atau tiba meminta layanan perbaikan di sebuah hanggar reparasi pesawat juga diketahui jumlahnya, yaitu sebanyak pesawat udara yang dimiliki perusahaan penerbangan yang bersangkutan.

8.3 Tipe Struktur Antrean

Sebelumnya, perlu dikemukakan struktur sistem pelayanan yang umum dijumpai di dunia nyata. Bentuk struktur tersebut dibedakan atas berikut ini.

1. Single Channel, Single Phase Model (SC-SP).
2. Multi Channel, Single Phase Model (MC-SP).
3. Single Channel, Multiphase Model (SC-MP).
4. Multi Channel, Multiphase Model (MC-MP).
5. Mixed phase, single to multiphase.
6. Mixed with alternative phase.

Single Channel, Single Phase (SC-SP) adalah sistem pelayanan yang hanya memiliki satu saluran pelayanan dan jasa, yang diberikan akan selesai atau sempurna pada satu tahapan saja. Misalnya, usaha pangkas rambut yang hanya dilayani oleh seorang tukang cukur, dan pelayanan yang diberikan adalah selesai pada satu tahap Saja. yaitu gunting rambut. Hal serupa juga dijumpai pada bengkel kendaraan bermotor yang hanya memiliki seorang montir, atau *point of sole* di sebush departement store hanya satu bush sehingga pelanggan hanya dilayani oleh seorang kasir di point of sole tunggal yang ada. Layanan hanya satu tahapan saja dan setelah selesai dilayani oleh aparatur pelayanan yang ada {montir, kasir, tukang pangkas rambut), pelanggan akan meninggalkan sistem.

Multi Channel, Single Phase (MC-SP), pada hakikatnya merupakan gandaan dari sistem yang pertama, Jasa yang diberikan selesai hanya pada satu tahapan saja. tetapi tenaga pelayanan lebih daripada satu. Misalnya, usaha pangkas rambut yang mempekerjakan dua atau lebih tukang cukur atau SPBU memiliki pomp pengisian bensin yang lebih daripada satu saluran pengisian.

Single Channel, Multiphase System (5C-MF) adalah sistem pelayanan yang hanya memiliki satu saluran pelayanan, tetapi jasa yang diberikan akan selesai dalam beberapa tahapan. Misalnya, pada usaha salon yang menyediakan beberapa jenis layanan jasa, seperti cuci muka, keramas, memasang sanggul namun petugas hanya satu barisan atau satu lini saja.

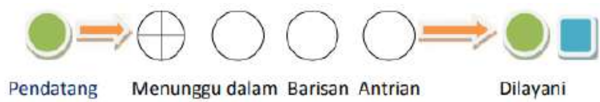
Multi Channel, Multiphase System (MC-MP) adalah sistem yang memberikan jasa pelayanan yang akan selesai dalam beberapa tahapan, dan petugas pelayanan lebih dari satu barisan atau lebih dari satu orang pelayanan.

Mixed, Alternative Phase. struktur campuran dengan tahapan yang bersifat pilihan, dengan sebuah sistem pelayanan yang menyediakan jasa single-phase dan multiphase. Pada struktur ini, terdapat pilihan: (1) kita menemukan, baik berupa baris atau lini layanan yang menyatu menjadi satu untuk layanan tahapan tunggal. Misalnya, seperti di sebuah jalan fiy-over, dua jalur jalan bergabung menjadi satu, atau beberapa lini bergabung menjadi satu untuk layanan multiphase, seperti ini subassembly menjadi satu jalur perakitan utama yang terdir atas beberapa tahap pengerjaan sampai menjadi produk selesai. (2) Kita jumpai dua struktur yang berbeda dalam persyaratan aliran yang arahaya dapat menyatu dan akhimya berpisah kembali pada tahan tertentu.

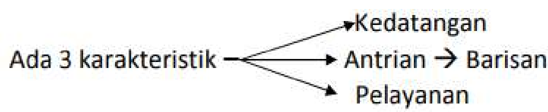
Variasi tipe menjadi tipe campuran dewasa ini lazim dijumpai pada SPBU. Di samping menyediakan layanan pengisian BBM, juga menyediakan jasa cuci kendaraan dan layanan cafe. Kendaraan memiiki pilihan, apakah hanya akan mengisi BBM atau mengisi BBM dan mencuci kendaraan. Setelah itu, masuk ke kedai untuk minum kopi atau makanan siap saji lainnya. Pada usaha gunting rambut lazim juga dijumpai tipe yang sama, yaitu tidak hanya menyediakan jasa gunting rambut. tetapi juga jasa pijat refleksi. Selanjutnya, ada yang dikombinasikan dengan jasa keramas atau jasa pijit.

8.4 Konsep Antrian

1. Antrian adalah Situasi barisan tunggu dimana sejumlah pendatang sedang berusaha menerima pelayanan dari fasilitas terbatas (pemberi layanan) sehingga pendatang harus menunggu beberapa waktu dalam barisan agar dapat dilayani.
2. Gambar situasi barisan tunggu untuk dilayani dapat diilustrasikan seperti gambar berikut ini :



8.5 Karakteristik Antrian



Ada 2 jenis ukuran kedatangan yaitu (1) Kedatangan per satuan waktu dan (2) Waktu antar kedatangan.

ASUMSI :

1. Kedatangan terjadi dengan kecepatan rerata konstan dan bebas satu sama lain yaitu : Mengikuti distribusi *probabilitas Poisson*.
2. Waktu layanan antar nasabah akan terdistribusi eksponensial.
3. Aturan antrian → *First Come*, *First Served* artinya barang siapa yang datang lebih dahulu maka dialah yang akan dilayani lebih dahulu.
4. Panjang antrian → (1) *Definite* (terbatas) → Jumlah antrian sedikit, contoh pesawat terbang mendarat dan parkir. (2). *Indefinite* (tak terbatas) → Jumlah antrian banyak, contoh kantor pos dan Bank.
5. Terdapat 3 (tiga) perilaku pelanggan dalam antrian yaitu bulk, renege dan patient.
    - Bulky → Pendatang keluar ruang tanpa ikut masuk barisan antrian
    - Renege → Pendatang ikut antrian dan keluar dari barisan antrian.
    - Patient → Pendatang sabar ikut barisan antrian sampai proses dilayani diloket

8.6 Model Antrian

1. Single Chanel, Single Phase, Contoh antrian di tempat dokter Gigi

O → OOOOO ---------- > O X [1 phase layanan]

2. Multi Chanel, Single Phase, Contoh antrian di Kantor Pos dan Bank

O → OOOOO -------> O X [1 phase layanan]
------> O X

3. Single Chanel, Multi Phase, Contoh antrian di Mc. Donald, & Dunkin

O → OOOOO --------> O X -------> O X [2 phase layanan]

4. Multi Chanel Multi Phase, Contoh antrian buat SIM, dan STNK di Samsat Polisi, dan Registrasi Mahasiswa di Kampus UNJ dan UI

O -------> OOOOO --------> O X ----------> O X

O -------> OOOOO --------> O X --------> O X

8.7 Tujuan dan Fungsi

Untuk meminimumkan total dua Biaya, yaitu :

1. Biaya langsung penyediaan fasilitas pelayanan
2. Biaya tidak langsung yang timbul karena para individu harus menunggu untuk dilayani.

8.8 Formulasi Model Antrian [Queuing Model] → Single

$\rho = \lambda / \mu$

$Po = 1 - \lambda / \mu$

$Pn = Po\,(\lambda / \mu)^n$

$Lq = \lambda^2 / \mu.(\mu - \lambda)$

$Ls = \lambda / (\mu - \lambda)$

$Ws = I / (\mu - \lambda)$

$Wq = \lambda / \mu.(\mu - \lambda)$

Keterangan Symbol :

λ = Rerata kecepatan kedatangan (jumlah kedatangan per satuan waktu)

I/λ = Rerata waktu antar kedatangan

μ = Rerata kecepatan pelayanan (jumlah satuan yg dilayani persatuan waktu bila pelayan sibuk)

I/μ = Rerata waktu yg dibutuhkan untuk pelayanan.

ρ = faktor penggunaan pelayanan (proporsi waktu pelayanan ketika sedang sibuk).

Keterangan Symbol :

Pn = probabilitas n satuan (kedatangan) dalam sistem.

Lq = Rerata jumlah satuan panjang antrian

Ls = Rerata jumlah satuan dalam sistem

Wq = Rerata waktu tunggu dalam antrian

Ws = Rerata waktu tunggu dalam sistem.

BAB IX
PENGENDALIAN PERSEDIAAN DENGAN EOQ

Inventori adalah *stocks of goods being held for future use or sale* atau dapat diartikan kumpulan barang-barang yang disimpan yang mana akan dipakai atau dijual dimasa depan. Pada jaman dahulu beberapa pabrik dijepang adalah salah satu pioneers/penggagas dalam pengenalan sistem inventory on time dimana artinya adalah sistem dimana mengedepankan rencana dan penjadwalan sehingga material yang diperlukan “tepat pada waktunya” untuk mereka pakai. Sehingga pengurangan biaya didapat dengan cara mengurangi inventory sampai ke level yang minimum.

Banyak juga perusahaan di belahan dunia yang lain yang membuat tekhnik baru yang dapat mengatur inventory mereka. Aplikasi dari Tekhnik Riset Operasi (sering disebut dengan scientific inventory management) adalah salah satu alat yang sangat kuat untuk dijadikan cara untuk mendapatkan metode yang lebih baik dari yang lain.

Teori Inventory terbagi menjadi dua, yaitu deterministik dan stokastik. Dimana ketika permintaan (yang mana salah satu parameter dalam model inventori) dianggap tetap dengan melihat masa lalu/yang sudah lewat, disebut sebagai deterministik. Sedangkan jika tidak dianggap sama/tetap disebut pendekatan stokastik.

Menurut Hillier Lieberman Model dalam teori inventori ada 2 jenis yaitu Periodik dan kontinyu. Dimana kontinyu dapat dipakai terus menerus, sedangkan periodik artinya adalah dipakai per periode saja. Salah satu model di teori Inventori yang kontinyu adalah EOQ (Economic order Quantity) yang mana menghitung seberapa banyak orderan/pembelian sehingga mengurangi banyaknya inventori tetapi juga tidak melupakan perhitungan bahwa inventori tidak boleh habis ketika ingin dipakai.

Terapan EOQ ada bermacam-macam. Beberapanya adalah EOQ ketika kekurangan barang dapat di rencanakan, dan EOQ ketika memiliki diskon dalam kuantitasnya. Maksudnya disini adalah biasanya EOQ tidak dihitung sutu model dimana kita memiliki penalty atau bayaran akibat kehabisan stock. Dan memiliki diskon ketika membeli artinya pasti terdapat diskon ketika membeli dalam jumlah banyak. Salah satu model di teori Inventori yang periodik adalah Algoritma, disini algoritmanya menggunakan program dinamik. Tahap membagi menjadi 2 jenis yaitu statis (tidak bergantung terhadap waktu) dan Dinamis (Bergantung terhadap waktu). Yang mengakibatkan terdapat EOQ statis dan dinamis serta Algoritma statis dan dinamis.

Sehingga sebenarnya Teori Inventori Terbagi jadi:

1. EOQ Statis dan dinamis
2. Algoritma Statis dan dinamis
3. EOQ Probablistik Statis dan Dinamis
4. Algoritma Probablistik Statis dan Dinamis

9.1 Definisi Inventori menurut Para Ahli

Definisi Inventori oleh para Ahli:

- Rangkuti (2004: Manajemen Persediaan Aplikasi di Bidang Bisnis) Rangkuti didalam bukunya menyatakan bahwa persediaan merupakan suatu aktiva yang meliputi barang-barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode usaha tertentu, atau persediaan barang-barang yang masih dalam pengerjaan atau proses produksi, ataupun persediaan bahan baku yang menunggu penggunaannya dalam suatu proses produksi.

- Kusuma (2009: Manajemen Produksi Perencanaan dan Pengendalian Produksi) Kusuma didalam bukunya menyatakan bahwa persediaan diartikan sebagai barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada periode mendatang.

Dari beberapa definisi Inventori dari para ahli tersebut, dapat disimpulkan bahwa model Inventori mengetahui seberapa banyak level dari komoditas sehingga pebisnis dapat mempertahankan operasinya dengan lancar. Basis dari pengambilan keputusan adalah model yang menyeimbangkan harga/bayaran yang dihasilkan dari banyaknya barang yang disimpan melawan harga/bayaran penalti yang dihasilkan oleh kekurangan inventori.

9.2 Manfaat dan Tujuan Inventori

Beberapa manfaat dari *Inventori* diantaranya adalah :

1. Memanfaatkan Diskon Kuantitas Diskon kuantitas diperoleh jika perusahaan membeli dalam kuantitas yang besar.

2. Menghindari Kekurangan Bahan (Out Of Stock)
3. Manfaat Pemasaran, Jika perusahaan selalu mampu memenuhi keinginan pelanggan pada saat dibutuhkan maka kepuasan pelanggan semakin baik, dan perusahaan semakin untung.
4. Peningkatan Tingkat Pelayanan Pelanggan Tingkat pelayanan tertinggi dapat menyediakan pelanggan sehubungan dengan respon yang cepat terhadap permintaan atau perubahan persyaratan dimana hal ini akan meningkatkan kepuasan pelanggan.
5. Pengontrolan Persediaan yang Lebih Baik Fleksibilitas Fungsi penting adanya inventori atau persediaan adalah untuk menghilangkan resiko keterlambatan pengiriman bahan baku atau barang yang dibutuhkan perusahaan, menghilangkan resiko jika material yang dipesan tidak baik sehingga harus dikembalikan, menghilangkan resiko terhadap kenaikan harga barang atau inflasi, untuk menyimpan bahan baku yang dihasilkan secara musiman sehingga perusahaan tidak akan sulit bila bahan tersebut tidak tersedia dipasaran, mendapatkan keuntungan dari pembelian berdasarkan potongan kuantitas (Quantity

Discount), dan memberikan pelayanan kepada langganan dengan tersediaanya barang yang diperlukan.

Sedangakan bagi pengambil keputusan inventori bermanfaat sebagai:

1. **Dapat sebagai alat untuk mengambil keputusan oleh para pebisnis.**
   Dalam berbisnis, para pebisnis seringkali dipaksa untuk memberi keputusan atas usaha/bisnisnya. Hal ini sering kali membuat mereka frustasi dikarenakan keputusan-keputusan ini sangat penting tetapi jarang sekali mereka tahu apakah keputusan mereka itu benar atau salah pada saat memberi keputusan tersebut. Sementara itu keputusan-keputusan itu sangat mempengaruhi bisnis tersebut. Dengan teori Inventori paling tidak para pebisnis mengetahui cara mengambil keputusan untuk masalah inventori (bahan simpanan) dalam bisnis mereka.
2. **Dapat sebagai alat untuk mendapat arah tindakan yang terbaik (optimum) dalam berbisnis.**

Selain alat untuk mengambil keputusan, teori inventori juga dapat menjadi salah Satu cara untuk membuat suatu tindakan yang terbaik untuk bisnisnya. Dengan mengotomatiskan/ selalu memakai teori Inventori maka itu adalah salah satu tindakan terbaik untuk mengatur Inventori mereka dalam berbisnis.

3. **Memberikan pengembangan dari beberapa sektor keilmuan, seperti matematik, teknik dan ilmu perhitungan, ilmu politik, ekonomi, teori probabilitas dan statistik.**

   Dalam teori Inventori, kita juga dapat menerapkannya kedalam beberapa sector Keilmuan misalkan saja dalam matematika kita dapat membuat sistem/permodelan yang stabil. Dalam ilmu politik juga dapat diterapkan dimana mungkin saja dalam perhitungan subsidi mulai dari minyak sampai beras. Apalagi Ekonomi, dimana kita menggunakan Teori Inventori dapat merumuskan sedemikian sehingga kita dapat mendapatkan keuntungan yang sangat besar. Dalam teori statistika terdapat stokastik dimana adalah sebuah teori probabilitas dimana salah satu parameternya tidak diketahui dan akan diduga.

4. **Memberikan kemudahan dalam perhitungan pengaturan Inventori.**

   Tentu saja dari namanya saja kita dapat menyimpulkan bahwaTeori Inventori Adalah Teori yang dapat memudahkan kita dalam perhitungan pengaturan Inventori. Misalkan kita memiliki bisnis entah itu toko ataupun perusahaan, maka kita dapat mengaturnya sedemikian sehingga kita untung besar dikarenakan teori ini.

5. **Memudahkan membuat jadwal pembelian**

   Dalam pembuatan jadwal, harus memperhitungkan semua hal dengan matang. Karena dikarenakan jika tidak maka banyak waktu di jadwal tersebut yang akan terbuang.

   Tujuan dari ditetapkannya Inventori adalah sebagai berikut:

   a) Untuk mengantisipasi resiko keterlambatan datangnya barang
   b) Untuk mengantisipasi pesanan bahan tidak sesuai dengan apa yang diperlukan oleh perusahaan sehingga harus dilakukan di return

c) Untuk menyediakan bahan-bahan sebagai bentuk antisipasi juga jika bahan yang dipesan ternyata tidak ada di pasaran
d) Sebagai tahapan untuk menjamin lancarnya proses produksi
e) Untuk memanfaatkan penggunaan mesin secara optimal
f) Untuk memenuhi kebutuhan pasar secara optimal

9.3 Penerapan Inventori dalam Kehidupan Sehari-hari

Penerapan Inventori dalam kehidupan sehari - hari biasanya meliputi pencatatan produk, harga produk yang akan dijual, harga produk yang diterima kembali/ retur barang, harga pokok persediaan, dibeli, pencatatan permintaan dan pengeluaran barang gudang, serta sistem stok opname barang atau perhitungan fisik persediaan.

Macam – macam biaya persediaan, antara lain sebagai berikut:

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)
   Biaya pembelian adalah harga per unit apabila item dibeli dari pihak luar, atau biaya produksi per unit apabila diproduksi dalam perusahaan.

2. Biaya pemesanan (*order cost/ setup cost*)
   Biaya pemesanan adalah biaya yang berasal dari pembelian pesanan dari suplier atau biaya persiapan (setup cost) apabila item diproduksi di dalam perusahaan.
3. Biaya simpan (*carriying cost/holding cost*)
   Biaya simpan adalah biaya yang dikeluarkan atas investasi dalam persediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan.
4. Biaya kekurangan persediaan (*stockout cost*)
   Biaya kekurangan persediaan adalah konsekuensi ekonomis atas kekurangan dari luar maupun dari dalam perusahaan.

9.4 Model Economic Order Quantity (EOQ)

Economic Order Quantity (EOQ) adalah model manajemen persediaan yang dapat meminimumkan total biaya terutama biaya pesan (*Ordering Cost*) dan biaya simpan (*Holding Cost*). Penggunaan teknik EOQ hanya dapat dilakukan apabila memenuhi syarat:

a. Jumlah kebutuhan bahan dalam satu periode tetap atau tidak berubah.
b. Barang selalu tersedia setiap saat atau mudah didapat.

c. Harga barang tetap.
d. Tenggang waktu atau Lead Time pemesanan dapat ditentukan dan relative tetap.
e. Pemesanan datang sekaligus dan menambah persediaan.
f. Kapasitas gudang dan modal cukup untuk menampung dan membeli pesanan.
g. Pembelian adalah satu jenis item.
h. Tidak berlaku harga potongan harga.
i. Permintaan (demand) konstan dan bersifat bebas.

Salah satu tujuan manajemen persediaan adalah untuk menyediakan jumlah material yang tepat, lead time yang tepat dan biaya rendah. Biaya persediaan merupakan keseluruhan biaya operasi atas sistem persediaan. Macam – macam biaya persediaan, antara lain sebagai berikut:

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)
   Biaya pembelian adalah harga per unit apabila item dibeli dari pihak luar, atau biaya produksi per unit apabila diproduksi dalam perusahaan.
2. Biaya pemesanan (*order cost/ setup cost*)
   Biaya pemesanan adalah biaya yang berasal dari pembelian pesanan dari suplier atau biaya

persiapan (*setup cost*) apabila item diproduksi di dalam perusahaan.

3. Biaya simpan (*carriying cost/holding cost*)

   Biaya simpan adalah biaya yang dikeluarkan atas investasi dalam persediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan.

4. Biaya kekurangan persediaan (*stockout cost*)

   Biaya kekurangan persediaan adalah konsekuensi ekonomis atas kekurangan dari luar maupun dari dalam perusahaan.

Dalam pengendalian persediaan baik bahan baku maupun produk jadi dapat dilakukan dengan menggunakan metode EOQ. Beberapa variable analisis perhitungan untuk mendukung penggunaan metode EOQ, yaitu sebagai berikut:

1. *Economic Order Quantity* (EOQ)

   EOQ $\sqrt{\frac{2 x D x S}{H}}$ =

   Dimana :

   D : Jumlah kebutuhan bahan per tahun

   S : Biaya pemesanan per order

   H : Biaya penyimpanan per unit

2. *Total Inventory Cost* (TIC)

   TIC $\sqrt{2 x D x S x H}$ =

   Dimana :

   D : jumlah kebutuhan

   S : Biaya pemesanan

   H : Biaya penyimpanan per unit

3. *Safety Stock*

   Standart Deviasi = $\sqrt{\frac{\Sigma(X-\dot{x})^2}{n}}$

   Dimana :

   n : jumlah data

   x : jumlah kebutuhan bahan

   ẋ : rata-rata kebutuhan bahan

Dari hasil standart deviasi tersebut dapat diketahui safety stock dengan menggunakan faktor pengaman 1,65 melalui rumus berikut:

Safety Stock =S_d x Z

Dimana:

S_d : Standart Deviasi

Z : Faktor pengaman

4. *Maximum Inventory*

   Maximum inventory (MI) =

   Safety Stock + EOQ

Dimana:

Safety Stock: Persediaan pengaman

EOQ: jumlah pembelian optimal

5. *Re Order Point* (ROP)

   Reorder point = *safety stock* + (*lead time* x Q)

   Dimana:

   Safety stock: persediaan pengaman

   Lead time: waktu tunggu

   Q: jumlah penggunaan bahan baku rata-rata per hari

BAB X
GAME THEORY

Teori Permainan adalah studi mengenai bagaimana merumuskan strategi optimal dalam suasana konflik. Disebabkan karena kompleksitas pendekatan matematika dari teori permainan, maka suplemen ini terbatas pada dua orang dan tidak ada permainan (*zero sum games*). Dua orang pemain memungkinkan dua orang atau dua kelompok dapat dilibatkan pada permainan. Jumlah nol (*zero sum*) dimaksudkan sebagai jumlah kerugian dari salah satu pemain harus seimbang dengan jumlah keuntungan untuk pemain lainnya.

Dalam perkataan lain, penjumlah antara kerugian dari salah satu pemain dengan keuntungan dari pemain lainnya adalah = 0.

Bergantung kepada *payoffs* (imbalan) aktual pada permainan dan ukuran dari permainan, sejumlah teknik solusi dapat digunakan. Strategi murni dalam permainan, merupakan sebagai alat strategi dapat dibuat tanpa melakukan kalkulasi (perhitungan). Ketika dalam situasi tidak ada satupun strategi murni, juga sering disebut sebagai “*saddle point* (titik pelana), sebagai alat untuk kedua pemain, perlu digunakan teknik lain; pendekatan strategi gabungan (*mixed strategy approach*), Strategi dominasi (*dominance strategy*), dan solusi komputer untuk permainan yang melibatkan lebih besar dari 2 x 2 pemain.

Persaingan merupakan faktor penting dalam pembuatan keputusan (*Decision-making*). Stretegi yang diambil oleh suatu organisasi, atau seorang individu secara dramatis dapat mempengaruhi (*outcome*), atau hasil dari sebuah keputusan. Pada industri mobil, antara lain; strategi dari pesaing (kompetitor) untuk memperkenalkan model mobil tertentu dengan fitur tertentu dapat secara dramatis mempengaruhi keputusan pembuat mobil lainnya.

Dunia bisnis dewasa ini, tidak dapat membuat keputusan penting tanpa mempertimbangkan apa yang dilakukan atau mungkin dilakukan oleh organisasi lain atau individu lain

10.1 Pengertian Teori Permainan

Teori Permainan adalah suatu cara untuk mempertimbangkan dampak dari strategi dari orang lain terhadap strategi dan outcome kita. Permainan adalah suatu kontes (pertandingan) yang melibatkan dua atau lebih pembuat keputusan, yang masing-masing pembuat keputusan (*decision maker*) ingin keluar sebagai pemenang dalam pertandingan..Teori Permainan adalah pembahasan mengenai bagaimana memformulasikan strategi optimal dan konflik.

Studi Teori Permainan dikembangkan pada tahun 1944, ketika John Von Newmann dan Oscar Morgenstern menerbitkan buku klasik mereka, yaitu: *Theory of Games and Economic Behavior* (Teori dari Permainan dan Perilaku Ekonomi). Sejak itu, Teori Permainan telah dipergunakan oleh para Jenderal angkatan perang untuk merencanakan strategi peperangan, oleh perkumpulan negosiator dan manajer secara kolektif, dan dengan semua jenis dunia bisnis untuk menentukan strategi terbaik dalam lingkungan persaingan bisnis.

Teori Permainan berlanjut hingga dewasa ini, ketika pada 1994, John Harsanui, John Nash, dan Reinhard Selten secara bersama-sama menerima Hadiah Nobel di bidang ekonomi dari *the Royal Swedish Academy of Sciences*, atas hasil kerja mereka dalam mengembangkan teori klasik John Van Newmann secara individu dengan pendugaan dari Teori Permainan non-cooperative. Nash mengembangkan konsep ekuilibrium disebut sebagai *Bargaining Problem*, yaitu Teori Permaian *Modern Corner-Stone*.

Model-model diklassifikasikan oleh jumlah pemain, penjumlahan dari semua *payoff* (imbalan), dan jumlah strategi yang digunakan. Berhubungan dengan kompleksitas matematika dari teori permainan, maka analisis dalam buku ini dibatasi pada 2 orang pemain dan *zero sum*. Salah satu pihak dari dua orang pemain, hanya dua pihak yang dapat bermain seperti pada kasus dari serikat buruh dalam satu sessi tawar menawar (*bargaining position*).

Secara sederhana, pak X dan pak Y mewakili dua pemain, zero-sum dimaksudkan bahwa jumlah kekalahan dari salah satu pemain harus sama dengan jumlah kemenangan dari pemain lainnya. Dengan demikian, jika pak X menang Rp 20, maka pak Y menderita kekalahan sebanyak Rp 20. Jika jumlah kekalahan pak Y + jumlah kemenangan X = 0.-

10.2 Bahasa Permainan

Untuk memperkenalkan notasi yang dipergunakan dalam teori permainan, kita mempertimbangkan satu permainan sederhana. Jika di situ hanya ada dua Toko Pengatur Cahaya, X dan Y yang terletak di Urbana dan Illinois (sering disebut duopoly).

Masing-masing toko mempunyai *Market Share* yang stabil hingga sekarang, tapi keadaan berubah ketika anak perempuan dari pemilik toko X yang baru saja menyelesaikan studi MBAnya dan telah mengembangkan dua strategi periklanan yang berbeda, satu menggunakan spot radio dan lainnya menggunakan surat kabar. Pada saat pemilik toko Y mendengar strategi tersebut, maka pemilik toko Y juga mempersiapkan strategi periklanan yang sama (radio dan surat kabar).

Matrik Payoff (imbalan) 2 x 2 pada Tabel 5.1 menunjukkan apa yang akan terjadi pada Market Share, ketika (toko X dan toko Y) memulai strategi periklanan tersebut. Berdasarkan konvensi, pemberian imbalan (payoff) menunjukkan hanya untuk pemain pertama dalam hal kasus ini adalah pemain X. Masing-masing Imbalan (payoff) untuk Y menjadi minus (-). Untuk permainan ini, hanya ada dua strategi yang dapat digunakan oleh masing-masing pemain. Jika Toko Y memiliki strategi ketiga, maka kita akan mendapatkan 2 x 3 matrik payoff.

		Strategi Permainan Pemain Y	
Strategi Permainan Pemain X		Y1 (Radio)	Y2 (Surat Kabar)
	X1 (Radio)	3	5
	X2 (Surat Kabar)	1	-2

Matriks Payoff

Angka positif di dalam Tabel 5.1 berarti toko X yang menang dan Y kalah. Angka negatif berarti toko Y menang dan toko X kalah. Hal ini diperjelas dalam tabel yang disukai oleh pesaing toko X (toko Y), jika semua nilai positif satu. Jika permainan disukai oleh pemain (toko Y), maka nilai pada Tabel adalah negatif.

Dengan kata lain, permainan di dalam Tabel diatas adalah bias dari melawan toko Y. Meskipun, Y harus mematuhi peraturan, dia harus bermain dan memperkecil total kekalahan. Untuk melakukan ini, maka pemain Y akan menggunakan kriteria minimax.

Strategi Toko X	Strategi Toko Y	*Outcome* (% Perubahan *Market Share*)
X1 (Radio)	Y1 (Radio)	X menang 3 dan Y kalah 3
X1 (Radio)	Y2 (Surat Kabar)	X menang 5 dan Y kalah 5
X2 (Surat Kabar)	Y1 (Radio)	X menang 1 dan Y kalah 1
X2 (Surat Kabar)	Y2 (Surat Kabar)	X kalah 2 dan Y menang 2

***Outcome* Permainan**

10.3 Kriteria Minimax

Seorang pemain akan menggunakan kriteria minimax akan menseleksi strategi meminimumkan kemungkinan kekalahan yang maksimal. Untuk jelasnya kita dapat kembali melihat pada Tabel berikut yang mengilustrasikan kriteria minimaks, 2 orang pemain dalam permainan zero-sum dengan strategi untuk pemain Y pada kolom dalam Tabel. Tambahan nilai untuk X dan kekalahan bagi pemain Y. Pemain Y melihat kekalahan maksimum sebesar 3 jika memilih strategi Y1, jika memilih strategi Y2, maka kekalahan maksimum adalah sebesar 5, oleh karena itu pemain Y harus memilih strategi Y1 untuk meminimisasi kekalahan maksimum (minimaks). Ini disebut nilai atas dari permainan (upper value of game). Nilai tertinggi dari permainan seimbang dengan nilai minimum dalam kolom maksimum.

Saddle Point			
	Y1	Y2	Minimum
X1	3	5	3
X2	1	-2	-2
Maksimum	3	5	

Minimum Of maximums

Maximum Of minimums

Saddle Point

Untuk mempertimbangkan strategi maksimum untuk pemain X (strategi mana yang sesuai dengan baris dalam tabel, kita dapat melihat masing-masing *payoff* (imbalan) minimum pada baris. *Payoff* +3 jika memilih strategi X1 dan -2 jika memilih strategi X2. Maksimum dari nilai minimum sebear +3 jika memilih strategi X1 . Nilai +3 disebut nilai lebih rendah dari permainan (*lower value of the game*). Nilai terendah dari permainan seimbang dengan nilai maksimum dalam baris minimum.

Jika nilai lebih rendah dan nilai lebih tinggi dari permainan adalah sama, maka angka ini disebut Nilai dari permainan (*Value of the game*), dan akan berada dalam kondisi seimbang (*Saddle Point*).

Berkaitan dengan Tabel diatas, Nilai Permainan adalah sebesar 3, nilai ini merupakan nilai *upper* dan *lower*. Nilai Permainan adalah rata-rata, atau *expected game outcome* (imbalan permainan yang diharapkan) jika permainan dilakukan tidak dibatasi kapan selesainya.

Dalam mengimplementasikan strategi Minimaks, pemain Y akan menemukan nilai maksimum yang terletak pada kolom dan memilih angka minimum pada kolom tersebut. Sedangkan dalam implementasi strategi Maksimin, pemain X akan menemukan nilai minimum yang terletak pada baris dan memilih angka maksimum pada baris tersebut.

10.4 Strategi Murni

Pada saat nilai *Saddle Point* ditemukan, maka strategi masing-masing pemain harus mengikuti dan selalu akan jadi sama tanpa harus melihat strategi pemain lainnya. Hal ini disebut strategi murni. *Saddle Point* adalah titik kondisi dimana kedua pemain sedang menghadapi strategi murni.

Dengan mempergunakan kriteria Minimax, kita melihat bahwa permainan di Tabel sebelumnya mempunyai *Saddle Point* dan dengan demikian merupakan contoh dari satu Strategi Murni dari sebuah permainan. Hal ini menguntungkan pemain X dan untuk pemain Y untuk selalu memilih satu strategi.

Pemain X akan memilih strategi X1, selama payoff X1 > payoff untuk strategi X2. Pada saat yang sama apa yang akan dilakukan oleh pemain Y. Mengetahui bahwa pemain X akan memilih X1, maka pemain Y akan memilih strategi Y1 dan akan menderita kekalahan sebanyak 3. Catatan di dalam contoh adalah 3 angka terbesar dalam kolom dan angka terkecil dalam baris.

Contoh lain dari Strategi Murni di dalam teori permainan dikemukakan pada Tabel berikut, Perhatikan bahwa nilai 6 adalah angka paling rendah di dalam baris angka paling tinggi di kolom. Dengan demikian, saddle point mengindikasikan pemain X akan memilih strategi X1 dan strategi Y2 akan dipilih oleh pemain Y. Nilai dari permainan ini adalah 6.

		Stategi Pemain Y		Baris Minimum
Strategi Pemain X		Y1	Y2	
	X1	10	6	**6**
	X2	-12	2	-12
Kolom Maximum		10	**6**	

Strategi Murni

10.5 Strategi Gabungan

Pada strategi campuran, masing-masing pemain harus mengoptimalkan keuntungan yang diharapkan (*expected gain*). Pada saat tidak ada nilai *Saddle Point*, maka para pemain akan memainkan masing-masing strategi dengan persentase waktu tertentu. Kondisi ini disebut sebagai strategi campuran dari suatu permainan.

Cara umum untuk menyelesaikan permainan untuk strategi campuran adalah dengan mempergunakan keuntungan yang diharapkan, atau kerugian yang diharapkan (*expected gain/loss*). Tujuan pendekatan ini adalah untuk pemain yang akan memainkan masing-masing strategi dengan suatu persentase waktu tertentu dimana nilai *expexted* dari permainan tidak tergantung kepada apa yang dilakukan oleh lawan. Hal ini akan terjadi jika nilai yang diharapkan dari masing-masing strategi adalah sama.

		Strategi Pemain Y	
Strategi Pemain X		Y1	Y2
	X1	4	2
	X2	1	10

Permainan Untuk Strategi Gabungan

Pertimbangkan permainan yang ditampilkan Tabel diatas, tampak tidak ada *Saddle Point*, sehingga ini merupakan strategi campuran dalam teori permainan. Pemain Y harus menentukan persentase waktu untuk memainkan strategi Y1 , dan persentase waktu untuk memainkan strategi Y2. P adalah persentase waktu pemain Y memilih strategi Y1, dan 1 - P adalah persentase waktu pemain Y memilih Y2. Kita harus memberi bobot *payoff* (imbalan) terhadap persentase tersebut untuk menghitung tingkat keuntungan yang diharapkan (*Expected gain*) untuk masing-masing strategi berbeda yang dipilih oleh pemain X.

10.6 Strategi Dominasi

Prinsip dari dominasi (menguasai) biasanya mengurangi ukuran permainan dengan cara mengeliminasi (menghilangkan) strategi yang tidak akan pernah dimainkan. Sebuah strategi untuk seorang pemain disebut sebagai strategi dominasi jika pemain senantiasa dapat mlakukan strategi permainan yang lebih dari strategi pemain lainnya (lawan).

Sebuah strategi dominasi dapat dieliminasi dari permainan Dengan kata lain, satu strategi dapat dihilangkan jika semua permainan dapat menghasilkan (outcomes) adalah sama, atau lebih buruk dibandingkan dengan outcomes dari strategi lain dalam permainan. Prinsip strategi dominasi, kita menghilangkan (mengeliminasi) ukuran dari permainan sebagai berikut:

Strategi Pemain X

	Y1	Y2
X1	4	3
X2	2	20
X3	1	1

Di dalam permainan, X3 tidak akan pernah dimainkan oleh Pemain X karena strategi X1 dan X2 lebih bagus untuk dimainkan.

Permainan baru

	Y1	Y2
X1	4	3
X2	2	20

Strategi Pemain Y

	Y1	Y2	Y3	Y4
X1	-5	4	6	-3
X2	-2	6	2	-20

Dalam permainan ini, Y tidak akan memainkan strategi Y2 dan Y3, sebab Y strategi Y1 dan Y4 lebih baik bagi pemain Y

	Y1	Y4
X1	-5	-3
X2	-2	-20

DAFTAR PUSTAKA

Andi Tryawan, Tri Wijayanti dan Zen Nashruddin, *Matematika Ekonomi*. Makassar : Yayasan Barcode

Basu Swastha, 1988, Metode Kuantitatif Untuk Manajemen (Management Science/Operation Research), Liberty, Yogyakarta.

Bradly, G.L and Smith, K.J., New Jersey : Calculus

Dumairy, *Matematika Terapan Untuk Bisnis dan Ekonomi.* Yogyakarta: BPFE

Gunawan, Ellen, Mulia, Ardi Wirda. 1990. Pengantar Riset Operasi Edisi Kelima Jilid 1. Wahyarasmana, Dede, editor. Jakarta: Erlangga.

Hamdy A. Taha. 1996. Riset Operasi: Suatu Pengantar. Edisi Kelima, Jakarta, Binarupa Aksara.

Indriyo Gitosudarmo, 1982, Sistem Perencanaan dan Pengendalian Produksi, Edisi Revisi, BPFE, Yogyakarta.

Lukmana, Tomi & Trivena, Diana. 2015. Penerapan Metode EOQ dan ROP (Studi Kasus: PD. BARU). Jurnal Teknik Informatika dan Sistem Informasi,Volume 1 Nomor 3.

M Nur Rianto, *Matematika Terapan untuk Ekonomi.* Bandung: Pustaka Setia

Mudrajad Kuncoro, 2001, Metode Kuantitatif, Teori dan Aplikasi Untuk Bisnis dan Ekonomi, UPP AMP YKPN, Yogyakarta.

Mulyono, Sri, Operations Research, Edisi kedua, Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 1999

Nata wirawan, *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Denpasar: Keraras Emas

Pangestu Subagyo, Marwan Asri, dan T. Hani Handoko, 1983, Dasar-Dasar Operations Research, BPFE, Yogyakarta.

Pesta Gultom, M. M., Manik, D. E. M., Dedy Lazawardi, S. E., Nainggolan, S. G. V., & Simarmata, A. M. (2022). Pengantar Riset Operasi. Cipta Media Nusantara.

Rangkuti, A. (2019). 7 Model Riset Operasi & Aplikasinya. Firstbox Media.

Siagian, P. 1987. Penelitian Operasional, Teori dan Praktek. Jakarta, Penerbit Universitas Indonesia

Siang, Jong Jek. 2011. Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis. Yogyakarta: ANDI.

Sigian P. 2006. Penelitian Riset Operasional. Universitas Indonesia UI PRESS Jakarta .

Sinring, Bahar dan Hamzah Hafied. (2012). Riset Operasi. Makassar Kretakupa Print.

Siswanto, Operations Research, Jilid I, Erlangga, Jakarta, 2007

Siswanto, Operations Research, Jilid II, Erlangga, Jakarta, 2007

Sri Mulyani. Riset Operasional. LPEM, UI.

Stevenson, William J., Operations Management, International Edition, McGraw-Hill Education (Asia), 2005

Subagyo, P. (2012). Riset operasi. Tangerang Selatan: Universitas Terbuka

Syaifuddin, Dedy Takdir. 2011. Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management). Malang : CV Citra Malang.

Taha H.A, 1996, Riset Operasi, Suatu Pengantar, Edisi Kelima, Jilid 1, Binarupa Aksara, Jakarta

Taha, A.H. 1992. *Operations Research an Introduction 4th Edition*. McMillan Publishing Company. New Jersey.

Taha, A.H. 2003. *Operations Research: An Introduction. seventh edition*. USA: Pearson Education,Inc

Tjutju, T. & Dimyati, A. 2002. Operation Research, Model-Model Pengambilan Keputusan. Bandung, Sinar Baru.

Winardi, 1981, Pengantar Linear Programming, Alumni, Bandung.

Winardi, 1987, Pengantar Operations Research, Sistem Manajemen Organisasi dan Produksi, Tarsito Bandung.

Winston, W. L. (2022). Operations research: applications and algorithms. Cengage Learning.

Winston, Wayne. L, Operations Research, Thomson Learning, Australia 2004

Sebagai sebuah teknik pemecahan masalah, riset operasi dapat dipandang sebagai seni dan ilmu. Aspek ilmu terletak pada penyediaan teknik-teknik matematik dan algoritma untuk memecahkan masalah yang dihadapi; sedangkan sebagai seni, keberhasilan dari solusi model matematis ini sangat bergantung pada kreativitas dan kemampuan seseorang sebagai pengambil keputusan dalam memecahkan masalah tersebut.

Penerbit Cendikia Mulia Mandiri

ISBN 978-623-8157-35-8